

Федеральное государственное бюджетное научное учреждение  
«Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики  
Российской академии наук»  
(ИПФ РАН)

**НАУЧНЫЙ ДОКЛАД**  
**ОБ ОСНОВНЫХ РЕЗУЛЬТАТАХ ПОДГОТОВЛЕННОЙ**  
**НАУЧНО-КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ (ДИССЕРТАЦИИ)**  
**«Плазменные ускоряющие структуры в неоднородной плазме»**

**Аспирант:** Голованов Антон Александрович

---

*(подпись аспиранта)*

**Научный руководитель:**

Костюков Игорь Юрьевич

д.ф.-м.н., чл.-корр. РАН, зав. отд. 330 ИПФ РАН

---

*(подпись научного руководителя)*

**Направление подготовки:**

03.06.01 Физика и астрономия

**Направленность (профиль) подготовки:**

01.04.08 Физика плазмы

**Форма обучения:** очная

# Общая характеристика диссертации

## Актуальность темы диссертации

Ускорители заряженных частиц играют большую роль в современной науке и являются одним из главных инструментов в физике высоких энергий. Амплитуда ускоряющего поля в традиционных ускорителях, основанных на использовании электрического поля в радиочастотных резонаторах, ограничена развитием мультипакторного разряда и обычно достигает величин порядка нескольких десятков МВ/м. Из-за этого размер установок, позволяющих разогнать электроны до энергии порядка нескольких ГэВ, может достигать существенных размеров. Одним из решений проблемы большого размера традиционных ускорителей является использование плазменных методов ускорения [1—3], основанных на использовании продольного электрического поля плазменной волны. Напряженность поля в такой волне может достигать десятков и сотен ГВ/м, что на несколько порядков превышает возможности современных ускорителей.

В качестве источника (драйвера) кильватерной волны может выступать релятивистский электронный сгусток [4—6] или мощный короткий лазерный импульс [7]. Характер возбуждаемой кильватерной волны зависит от степени воздействия драйвера на плазму. При очень большой плотности заряда сгустка или интенсивности лазерного поля наблюдается сильно нелинейный режим кильватерной волны [8], в котором за драйвером образуется область сферической формы, практически полностью свободная от электронов плазмы и называемая плазменной полостью или «пузырьком». На границе этой полости образуется тонкий электронный слой, экранирующий полость от окружающей плазмы. Сильно нелинейный режим кильватерной волны примечателен тем, что в случае использования лазерного драйвера в нем может наблюдаться самоинжекция: электроны плазмы захватываются в плазменную полость и ускоряются в ней до больших энергий [9—11]. Тем самым, для получения ускоренных электронных сгустков не требуется внешний источник электронов; достаточно использовать лазерный импульс и газовую мишень.

Одним из основных направлений оптимизации плазменных ускорителей является создание *неоднородных плазменных мишеней* с контролируемым продольным (вдоль направления распространения драйвера) и поперечным профилями плазмы. Ранние эксперименты, в которых рассматривалось взаимодействие коротких лазерных импульсов тераваттного уровня мощности со сверхзвуковыми газовыми струями, показали возможность получения ускоренных электронных сгустков с зарядом больше 100 пКл, энергией порядка 100 МэВ и сравнительно малым (несколько процентов) раз-

бросом по энергии [12—14]. К более продвинутым газовым мишенями относятся газовые ячейки [15; 16], представляющие собой закрытые сосуды, наполненные газом с контролируемым уровнем концентрации. Более сложные газовые ячейки с двумя и более секциями могут быть использованы для создания сложных профилей с различными уровнями концентрации плазмы, разделяющих области инжекции и ускорения электронов [17—19]. Кроме того, резкий понижающий градиент концентрации в продольном направлении используется для контролируемой инжекции, возникающей вследствие локального снижения фазовой скорости кильватерной волны, что позволяет повысить стабильность и улучшить свойства получаемых сгустков [20].

Другим направлением развития плазменных мишеней является создание структур с *поперечной неоднородностью*, в частности, каналов с пониженной концентрацией плазмы. Так, сравнительно неглубокие плазменные каналы широко используются для обеспечения каналирования лазерного импульса в условиях, когда самоканалирование невозможно [21; 22]. Именно использование плазменного канала, обеспечивающего каналирование лазерного импульса петаваттного уровня мощности на длине 20 см, позволило получить рекордный на данный момент уровень энергии 7.8 ГэВ. С другой стороны, поперечный профиль в плазме дает дополнительную степень свободы для изменения свойств кильватерной волны. Так, использование полого плазменного канала на оси распространения лазерного импульса позволяет независимо контролировать фокусирующую и ускоряющую силу и тем самым подавлять рост эмиттанса ускоряемых электронных сгустков [23—25]. Также независимо контролируются длина дефазировки (расстояние, на котором электроны обгоняют кильватерную волну и попадают в ее замедляющую фазу) и длина истощения лазерного импульса. Как показало численное моделирование, использование полого канала может позволить получить ускоренные электронные сгустки с очень малым разбросом по энергии в 0.3% [26]. Кроме того, использование полых каналов открывает возможности для плазменного ускорения позитронов, что невозможно в однородной плазме за счет кулоновского воздействия положительно заряженных ионов [27; 28]. Экспериментальные способы получения плазмы с полым или глубоким каналом также широко обсуждаются [27; 29—32].

Несмотря на большие перспективы использования плазменных методов ускорения и прогресс в изготовлении плазменных мишеней с различными видами *неоднородности*, до сих пор их практическое применение сильно ограничено из-за малой стабильности параметров сгустков и недостаточного качества получаемых электронных сгустков, в том числе достаточно большого разброса по энергии. В связи с этим большой интерес представляет теоретическое исследование этого режима. Одним из основных методов исследования является численное моделирование методом «частиц в ячейках»

(particle-in-cell, PIC) [33; 34], основанного на базовых физических принципах и позволяющего достаточно точно моделировать очень широкий класс задач. Программные пакеты, основанные на данных методах, обычно позволяют задавать произвольные продольные и поперечные профили плазмы, поэтому являются важным инструментом для расчетов плазменного ускорения в различных типах неоднородных мишеней. За счет роста доступных вычислительных мощностей большую актуальность в последнее время приобретает моделирование с использованием приближенных к эксперименту профилей плазмы, рассчитанных при помощи моделирования плазменных мишеней методами вычислительной гидродинамики [35—37].

Большой интерес представляет и развитие аналитических методов описания кильватерных волн и, в частности, сильно нелинейного режима. Различные теоретические подходы привели к созданию простейших феноменологических моделей [38; 39], в которых предполагается идеально сферическая форма плазменной полости, а также теорий подобия [40—43], позволяющих установить общие закономерности в данном режиме. Одним из основных достижений было создание феноменологической модели, позволяющей описать форму границы плазменной полости в однородной плазме с учетом воздействия на нее ускоряемого электронного сгустка при помощи дифференциального уравнения [44; 45]. Однако до сих пор не существует самосогласованной теории данного режима. Кроме того, предшествующие теоретические работы в основном рассматривали случай однородной плазмы. Существующие теоретические модели кильватерной волны в плазме с каналами соответствуют случаю квазилинейной волны [46—48], но для сильно нелинейного случая такие модели отсутствуют. Развитию теории сильно нелинейной кильватерной волны в плазме с поперечной неоднородностью посвящена значительная часть настоящей работы.

## **Цель работы**

Диссертационная работа направлена на разработку и совершенствование теоретических методов исследования сильно нелинейного режима кильватерной волны в плазме с поперечными и продольными неоднородностями. В рамках исследования были поставлены следующие цели:

1. Создать модель плазменной полости в плазме с поперечной неоднородностью с учетом произвольной формы электронного слоя на ее границе. Вычислить распределения компонент электромагнитного поля как внутри плазменной полости, так и снаружи нее. Рассчитать влияние полого канала в плазме на форму возбуждаемой плазменной полости.
2. Описать влияние ускоряемых электронных сгустков на форму плазменной по-

лости в поперечно-неоднородной плазме, рассчитать эффективность ускорения. Проанализировать возможность создания однородного ускоряющего поля путем подбора параметров ускоряемого сгустка.

3. Рассчитать параметры бетатронных колебаний и бетатронного излучения электронных сгустков, ускоряемых в плазменной полости в плазме с полым каналом, и провести их сравнение со случаем однородной плазмы.
4. Создать модель плазменной полости в двумерном пространстве и проанализировать ее отличия от аксиально-симметричной плазменной полости в трехмерном пространстве.
5. Рассчитать профили газа в одно- и двухсекционных газовых ячейках при помощи методов численной гидродинамики. На основе этих профилей рассчитать параметры электронных сгустков, генерируемых в результате взаимодействия мощного короткого лазерного импульса с газовой ячейкой.

## **Научная новизна**

Научная новизна работы состоит в следующем:

- Разработана модель плазменной полости в плазме с поперечной неоднородностью для случая произвольной формы электронного слоя на ее границе.
- Получены явные выражения для компонент электромагнитного поля как внутри плазменной полости, так и снаружи нее.
- Получено аналитическое выражение для формы ненагруженной плазменной полости в поперечно-неоднородной плазме.
- Рассчитана эффективность ускорения электронных сгустков в плазме с поперечной неоднородностью, а также найдены параметры электронного сгустка, обеспечивающие его ускорение в однородном поле в плазме с полым каналом.
- Рассчитаны характеристики бетатронных колебаний и бетатронного излучения электронов, ускоряемых в кильватерной волне в плазме с полым каналом.
- Разработана новая модель плазменной полости в двумерной геометрии и проведено ее сравнение с плазменной полостью в трехмерной осесимметричной геометрии.
- Профили плазмы, полученные при помощи методов вычислительной гидродинамики, были использованы в полном трехмерном численном моделировании лазерно-плазменного ускорения для параметров установки PEARL в ИПФ РАН.

## **Основные положения, выносимые на защиту**

1. Профиль электронного слоя на границе плазменной полости слабо влияет на ее форму и на поля внутри полости, но при этом оказывает определяющее влияние на распределения компонент электромагнитного поля снаружи плазменной полости. Наличие полого канала в плазме приводит к укорочению плазменной полости.
2. Максимальная мощность, достигаемая в плазменной полости при ускорении электронных сгустков, определяется размером полости и поперечным профилем плазмы. Для ускоряемых сгустков прямоугольной формы существует пороговая плотность заряда, при превышении которой сгусток препятствует замыканию полости. Выбор плотности заряда равной пороговой позволяет добиться максимальной эффективности ускорения. Для произвольного поперечного профиля плазмы существует продольный профиль плотности заряда электронного сгустка, при котором обеспечивается его ускорение в однородном поле с максимальной эффективностью; для плазмы с полым каналом оптимальный профиль сгустка является трапециевидным.
3. При ускорении электронов в полом канале существуют два предельных режима поперечных бетатронных колебаний в зависимости от размера канала и амплитуды колебаний. В случае глубокого проникновения электронов в стенки канала период колебаний и критическая частота спектра бетатронного излучения такие же, как в однородной плазме. В противоположном случае период колебаний электронов становится больше, а ширина спектра бетатронного излучения увеличивается.
4. Плазменная полость в двумерном пространстве является удлиненной в продольном направлении по сравнению со сферической аксиально-симметричной полостью в трехмерном пространстве. Пространственное распределение сил при этом имеет такую же структуру, но амплитуда фокусирующей силы становится в два раза выше.
5. В газовой ячейке устанавливается однородное квазистатическое распределение газа, если суммарный поперечный размер выходных отверстий меньше поперечного размера трубки, через которую подводится газ. Двухсекционная газовая ячейка позволяет получить профиль газа с двумя различными уровнями концентрации, если размер отверстия в перегородке между двумя секциями сильно меньше размеров выходных отверстий.

### **Научная и практическая значимость**

- Разработанная феноменологическая модель плазменной полости в поперечно-

неоднородной плазме может быть использована при анализе результатов численного моделирования и экспериментов по плазменному ускорению частиц в плазме с различными каналами.

- Найденные характеристики бетатронного излучения при ускорении электронов в плазме с полым каналом могут быть использованы при создании источников излучения и для диагностики плазменных ускорителей.
- Разработанная модель плазменной полости в двумерном пространстве описывает отличия от реалистичного случая аксиально-симметричной плазменной полости в трехмерном пространстве, что может быть использовано при интерпретации результатов и определения пределов применимости двумерного численного моделирования.
- Проведенные численные расчеты газовых ячеек были использованы при создании газовой ячейки для экспериментов по лазерно-плазменному ускорению на установке PEARL.
- Проведенное моделирование лазерно-плазменного ускорения в газовой ячейке было использовано при планировании и интерпретации результатов экспериментов.

## **Достоверность результатов**

Представленное исследование опирается на известные физические модели, широко используемые при изучении кильватерных волн, а также на ряд теоретических методов, имеющих строгое математическое обоснование: теорию возмущений, разложение в ряд по малому параметру и др. Основные результаты сопоставлялись с результатами полномасштабного трехмерного численного моделирования, основанного на базовых физических принципах.

## **Апробация результатов и публикации**

По теме диссертации опубликовано 16 работ, в том числе 10 статей [A1—A10] в изданиях, индексируемых в базе Web of Science, и 6 работ [A11—A16] в трудах конференций.

Основные результаты диссертации докладывались на семинарах отделения нелинейной динамики и оптики ИПФ РАН, а также на конференциях: 2nd European Advanced Accelerator Concepts Workshop (La Biodola, Isola d'Elba, Italy, 2015), XVII научная школа «Нелинейные волны — 2016» (Нижний Новгород, 2016), 17th Advanced Accelerator Concepts Workshop (National Harbor, Maryland, USA, 2016), International

Scientific Conference “Science of the Future 2016” (Kazan, Russia, 2016), International Symposium “Topical Problems of Nonlinear Wave Physics 2017” (Moscow, Russia, 2017), 3rd European Advanced Accelerator Concepts Workshop (La Biodola, Isola d’Elba, Italy, 2017), XVIII научная школа «Нелинейные волны — 2018» (Нижний Новгород, 2018), XIVth International Conference on Plasma Electronics and New Acceleration Methods (Kharkiv, Ukraine, 2018), 35th European Conference on Laser Interaction with Matter (Rethymno, Greece, 2018).

### **Личный вклад автора**

Автор внес основополагающий вклад в получение результатов, описанных в главах 2–5. Постановка задач и анализ полученных результатов проводились совместно с научным руководителем И. Ю. Костюковым при участии А. М. Пухова и Й. Томаса.

### **Структура и объем диссертации**

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка цитируемой литературы и списка публикаций по диссертации. Общий объем диссертации составляет 169 страниц, включая 51 рисунок, 1 таблицу, список литературы из 146 наименований на 16 страницах и список публикаций по диссертации из 16 наименований на 2 страницах.

### **Краткое содержание работы**

*Глава 1* является вводной и не содержит новых результатов. В ней представлен общий подход к описанию кильватерной волны, возбуждаемой лазерным импульсом или релятивистским электронным сгустком в плазме с радиальным профилем неоднородности  $n(r)$ . В *разделе 1.1* вводятся единицы измерения, используемые на протяжении всей работы, а также приводятся общие формулы, связывающие электромагнитное поле и потенциалы в кильватерной волне с плотностями токов и зарядов. В качестве независимых компонент потенциалов используются продольная компонента вектор-потенциала  $A_z$  и кильватерный потенциал  $\Psi = \varphi - A_z$ . Описание ведется в предположении осевой симметрии задачи и применимости пондеромоторного описания для лазерного импульса, при котором лазерное поле не учитывается в компонентах электромагнитного поля. Также используется квазистационарное приближение, в котором предполагается, что структура кильватерной волны меняется медленно по сравнению с характерными плазменными временами, что позволят считать все величины



в кильватерной волне зависящими от сопутствующей координаты  $\xi = t - z$ , где  $z$  — продольная координата (вдоль которой движется драйвер). В *разделе 1.2* описано движение электронов плазмы, ионы при этом считаются неподвижными. Для этого используется кинетический подход с использованием уравнения Власова для функции распределения компонент плазмы, в котором используются самосогласованные плазменные поля. В использованном описании не учитываются температурные эффекты и столкновения между частицами. Путем использования метода характеристик осуществляется переход от уравнения Власова к уравнениям для траекторий частиц. *Раздел 1.3* содержит выводы по главе.

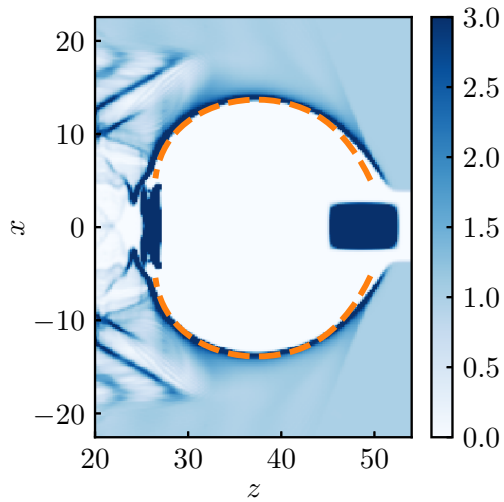
*Глава 2* посвящена изложению теории сильно нелинейного режима кильватерной волны (режима плазменной полости) в поперечно-неоднородной плазме. В *разделе 2.1* предложена феноменологическая модель плазменной полости. Модель основывается на предположении, что внутри полости отсутствуют электроны плазмы, а на ее границе находится тонкий электронный слой, причем его форма в поперечном направлении считается произвольной и задается некоторой функцией  $g(x)$  и характерной шириной  $\Delta$ . Границу плазменной полости при этом можно описать некоторой функцией  $r_b(\xi)$ . В *разделе 2.2* на основе феноменологической модели рассчитано распределение кильватерного потенциала внутри плазменной полости и получено дифференциальное уравнение, описывающее ее границу

$$A(r_b) \frac{d^2 r_b}{d\xi^2} + B(r_b) \left( \frac{dr_b}{d\xi} \right)^2 + C(r_b) = \lambda(\xi) + L(\xi, r_b), \quad (1)$$

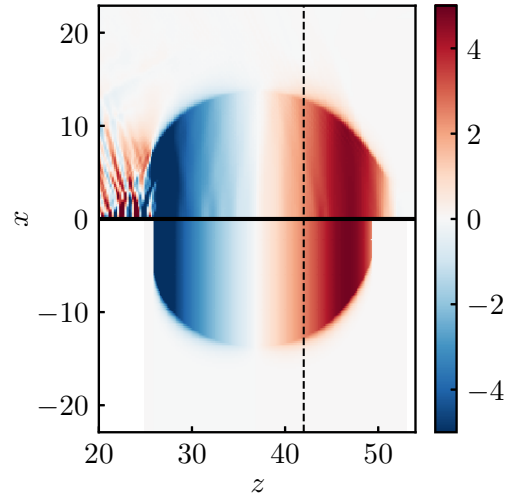
в котором вид коэффициентов  $A$ ,  $B$  и  $C$  зависит от поперечного профиля плазмы  $\rho_i(r)$ , а также формы  $g(x)$  электронного слоя в поперечном направлении и его толщины  $\Delta$ . В правой части уравнения стоят источники  $\lambda(\xi)$  и  $L(\xi, r_b)$ , описывающие влияние на форму плазменной полости электронных сгустков и лазерного импульса соответственно. В общем случае показано, что форма  $g(x)$  электронного слоя на границе плазменной полости очень слабо влияет на коэффициенты этого уравнения, а также рассмотрено два приближения: приближение бесконечно тонкого слоя и релятивистское приближение, при которых коэффициенты уравнения можно существенно упростить. Найдены области применимости приближений и показано, что обычно реализуется релятивистское приближение, в котором уравнение (1) принимает вид

$$S_i(r_b) r_b \frac{d^2 r_b}{d\xi^2} + \rho_i(r_b) r_b^2 \left( \frac{dr_b}{d\xi} \right)^2 + S_i(r_b) = 2\lambda(\xi), \quad (2)$$

где  $S_i(r) = \int_0^r \rho_i(r') r' dr'$ . На основе сравнения с результатами численного моделирования продемонстрирована справедливость релятивистского приближения (Рис. 1). В



**Рис. 1:** Распределение электронной плотности в плазменной полости, возбуждаемой релятивистским электронным сгустком в плазме с полым каналом. Граница плазменной полости, вычисленная в релятивистском приближении, показана штриховой линией.



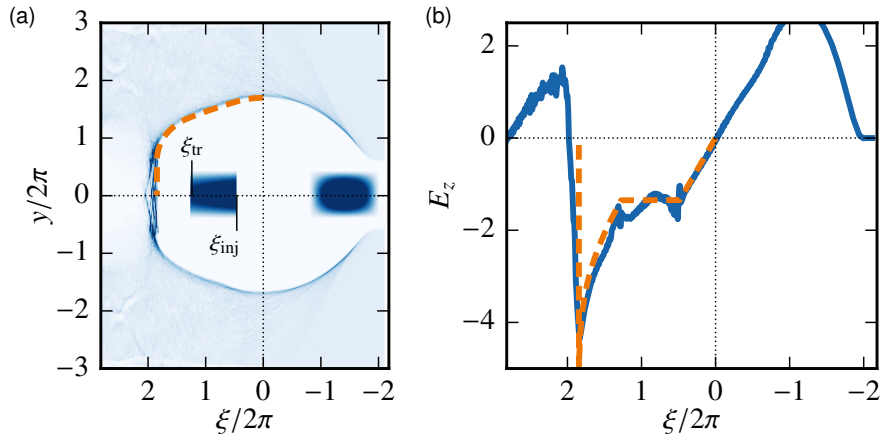
**Рис. 2:** Численное (сверху) и аналитическое (снизу) распределения продольного электрического поля  $E_z$  в плазменной полости, показанной на Рис. 1.

разделе 2.2 в релятивистском приближении найдены явные выражения для компонент электромагнитного поля как внутри, так и снаружи плазменной полости. Путем сравнения полученных результатов с результатами численного моделирования кильватерной волны методом «частиц в ячейках» показана применимость полученных формул (Рис. 2). В разделе 2.3 приведен общий метод аналитического нахождения формы плазменной полости. В разделе 2.4 рассмотрена ненагруженная плазменная полость, то есть полость без ускоряемых электронных сгустков. Найдена ее форма и показано, что наличие полого канала в плазме приводит к сокращению ее длины и уменьшению амплитуды электрического поля в ней. Путем сравнения с результатами численного моделирования продемонстрирована хорошая применимость разработанной теории. В разделе 2.5 приведены выводы по главе.

Глава 3 посвящена эффектам, связанным с ускорением электронов в плазменной полости. В разделе 3.1 рассмотрен метод приближенного расчета сил, действующих на релятивистские частицы, движущиеся преимущественно в направлении распространения кильватерной волны. Найдены значения для этих сил в сильно нелинейной кильватерной волне в поперечно-неоднородной плазме. В частности, внутри плазменной полости

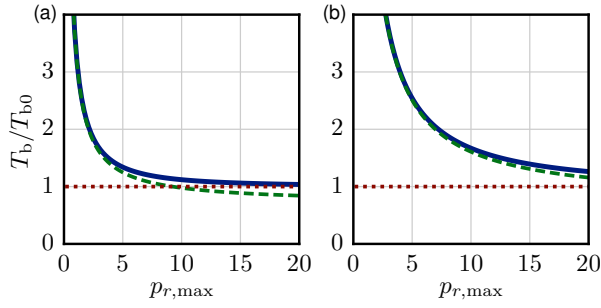
$$F_z = -E_z = -\frac{S_i(\kappa_b)}{\kappa_b} \kappa_b', \quad F_r = -\frac{S_i(r)}{r}. \quad (3)$$

Продольная сила зависит только от продольной координаты, при этом зависимость определяется как профилем плазмы, так и формой плазменной полости. Напротив, по-

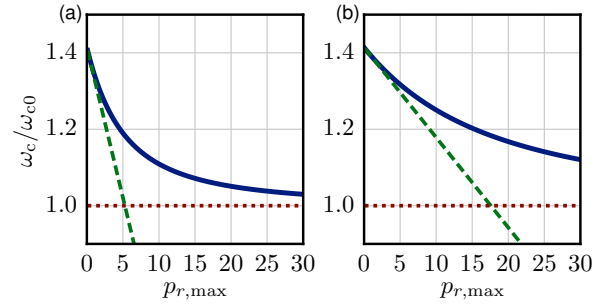


**Рис. 3:** (а) Плазменная полость (б) и продольное электрическое поле  $E_z$  на оси полости для ускоряемого электронного сгустка с профилем, рассчитанным с целью обеспечения его ускорения в однородном поле. Радиус канала  $r_c = 1.2\pi$ . Аналитические решения показаны штриховыми линиями.

перечная сила зависит только от поперечной координаты, при этом зависимость определяется только профилем плазмы. В случае использования полого канала значение поперечной силы в канале равно нулю. В *разделе 3.2* рассмотрена нагруженная плазменная полость (полость с ускоряемыми электронами) в поперечно-неоднородной плазме. Проведен расчет эффективности передачи энергии от плазменной полости электронному сгустку для произвольной его формы, а также найдена максимально возможная мощность ускорения. Рассмотрено удлинение плазменной полости при использовании прямоугольного электронного сгустка, найдено пороговое значение его плотности, при которой достигается наиболее эффективное ускорение. Также найден продольный профиль ускоряемого сгустка, обеспечивающий его ускорение в однородном электрическом поле. Проведенное численное моделирование показало хорошее согласие с предсказаниями модели и продемонстрировало возможность ускорения сгустка в однородном ускоряющем поле при использовании плазмы с полым каналом (Рис. 3). В *разделе 3.3* проанализированы поперечные бетатронные колебания в плазме с полым каналом и проведено их сравнение с бетатронными колебаниями в однородной плазме. В приближении адиабатического ускорения был найден период колебаний (Рис. 4) и было показано, что могут реализовываться два предельных режима колебаний. В случае глубокого проникновения электрона в стенки канала период колебаний мало отличается от периода колебаний в однородной плазме. В противоположном случае, когда поперечный импульс электрона сравнительно мал, электрон большую часть времени проводит внутри канала, и период колебаний становится больше. В *разделе 3.4* рассмотрено вызванное бетатронными колебаниями в плазме с поперечным каналом бетатронное излучение. При типичных параметрах ускоряемых частиц излучение генерируется в синхротронном режиме, поэтому спектр излучения характеризуется только одним па-



**Рис. 4:** Зависимость отношения периода бетатронных колебаний в плазме с каналом к периоду колебаний в однородной плазме  $T_{b0}$  от поперечного импульса электрона для канала радиуса (a)  $r_c = 0.3$ , (b)  $r_c = 1$ . Штриховой линией показано решение в приближении малого импульса, пунктирной — решение для однородной плазмы. Лоренц-фактор электрона  $\gamma = 400$ .



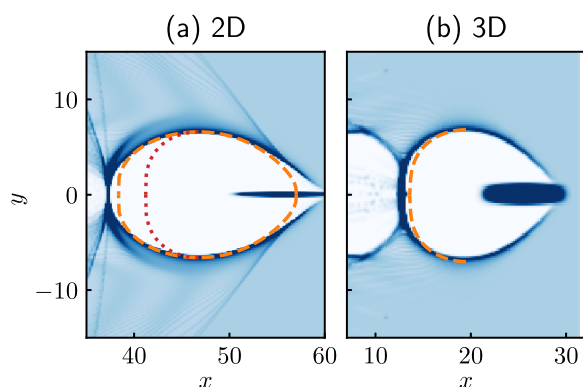
**Рис. 5:** Зависимость отношения критической частоты в плазме с каналом к критической частоте в однородной плазме в зависимости от поперечного импульса электрона для канала радиуса (a)  $r_c = 0.3$ ; (b)  $r_c = 1$ . Штриховой линией показано решение в приближении малости поперечного импульса, пунктирной — решение для однородной плазмы. Лоренц-фактор электрона  $\gamma = 400$ .

раметром  $\omega_{cr}$ , называемым критической частотой. Была рассчитана критическая частота бетатронного излучения электронов, движущихся в плазменной полости в плазме с полым каналом (Рис. 5). Для критической частоты также реализуются соответствующие бетатронным колебаниям предельные режимы: при глубоком проникновении электронов в стенки канала критическая частота совпадает с критической частотой в однородной плазме, а в противоположном случае критическая частота, а соответственно и ширина спектра увеличиваются. В *разделе 3.5* предложен двухстадийный метод генерации бетатронного излучения на основе перехода пучка из плазмы с одним набором параметров в плазму с другим набором параметров. Найдены критические частоты спектра излучения при наличии и отсутствии полого канала на второй стадии. *Раздел 3.6* содержит выводы по главе.

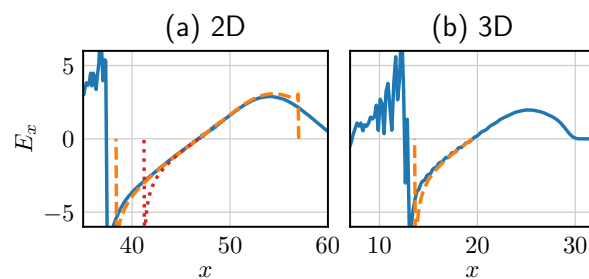
*Глава 4* посвящена описанию плазменной полости в двумерном пространстве, которое важно в контексте широкого использования двумерного моделирования лазерно-плазменного взаимодействия в целях экономии вычислительных ресурсов. В *разделе 4.1* описана модель плазменной полости, подобная модели, предложенной в главе 2, и вычислена структура кильватерного потенциала. В *разделе 4.2* получено уравнение, описывающее границу плазменной полости. В рамках релятивистского приближения это уравнение принимает вид, похожий на уравнение (2):

$$S_i(y_b)y_b \frac{d^2 y_b}{d\xi^2} + \left( \frac{S_i}{2} + y_b \rho_i \right) \left( \frac{dy_b}{d\xi} \right)^2 + \frac{S_i}{2} = \lambda + L. \quad (4)$$

*Раздел 4.3* посвящен описанию ненагруженной плазменной полости. Как аналитиче-



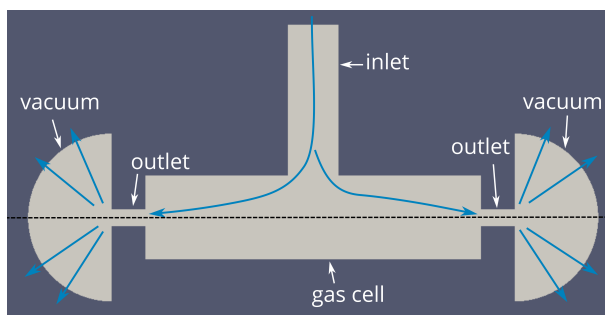
**Рис. 6:** Распределение концентрации электронов в плазменной полости (а) в двумерном пространстве, (б) в трехмерном пространстве. Штриховые линии соответствуют аналитическим решениям. Для сравнения пунктирная линия в (а) показывает решение для плазменной полости в трехмерном пространстве.



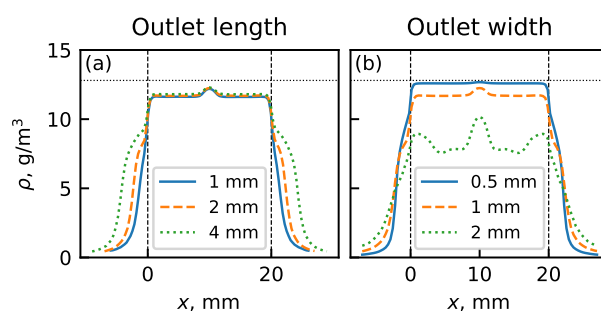
**Рис. 7:** Продольные электрические поля  $E_x$  в плазменных полостях, показанных на Рис. 6. Штриховые линии соответствуют аналитическим решениям.

ски, так и с помощью численного моделирования методом «частиц в ячейках» проведено сравнение между плазменной полостью в двумерном пространстве и аксиально-симметричной полостью в трехмерном пространстве. Для случая однородной плазмы показано, что плазменная полость в двумерном пространстве является сильно вытянутой в продольном направлении (Рис. 6), при этом зависимость продольного поля от продольной координаты в ней остается линейной и имеет такой же коэффициент пропорциональности. При этом амплитуда поперечной фокусирующей силы, действующей на ускоряемые электроны, в двумерном пространстве в два раза выше. В *разделе 4.4* предложен метод генерации квазидвумерной полости в трехмерном пространстве при помощи дискообразного электронного сгустка. Сравнение результатов моделирования с предсказаниями двумерной модели показывает хорошее согласие. *Раздел 4.5* содержит выводы по главе.

В *главе 5* исследуется лазерно-плазменное ускорение электронов в газовых мишенях с продольной неоднородностью на примере газовых ячеек для параметров лазерного импульса, соответствующих установке PEARL в ИПФ РАН [49]. В *разделе 5.1* на основе теории подобия оценены ожидаемые параметры лазерно-плазменного ускорителя на базе установки PEARL и представлены требования к газовым мишеням, необходимые для достижения наибольшей энергии ускоренных электронов. Найдена пороговая концентрация плазмы  $n_{th} \approx 1.3 \times 10^{18} \text{ см}^{-3}$ , ниже которой ускорение электронов невозможно из-за отсутствия самоканалирования лазерного импульса. Показано, что наибольшее энергия может достигать уровня больше 1 ГэВ для плазмы с концентрацией

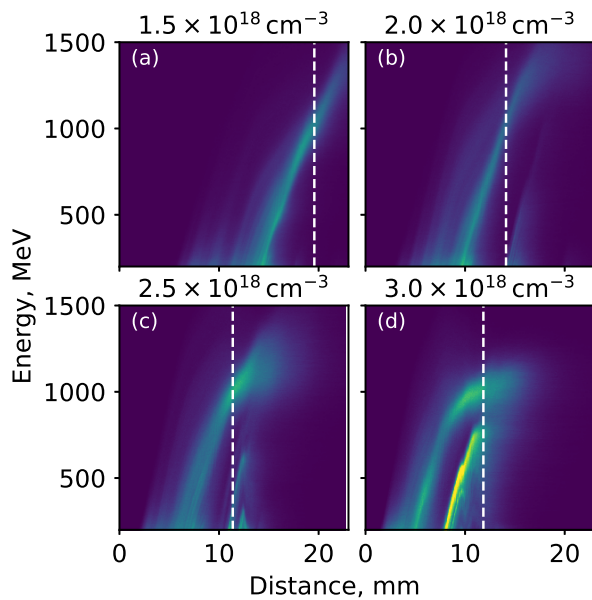


**Рис. 8:** Схема двумерной газовой ячейки. Стрелками показано течение газа в ячейке. Штриховая линия показывает ось пространства лазерного импульса.

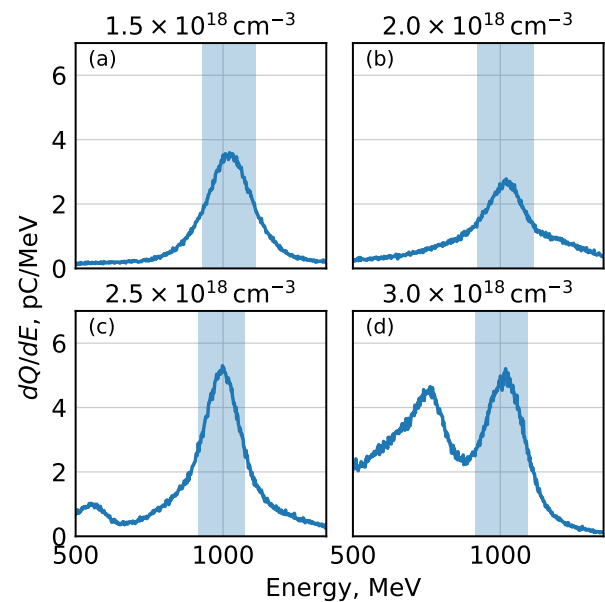


**Рис. 9:** Плотность газа на оси газовой ячейки (a) для различных длин выходных отверстий, (b) для различных поперечных размеров выходных отверстий при размере входного отверстия 3 мм.

несколько выше пороговой при длине ускорения порядка 1 см. При этом ожидаемый заряд сгустка должен составить 500 пКл. С точки зрения длины ускорения наиболее подходящей мишенью являются газовые ячейки, поэтому *раздел 5.2* посвящен получению профиля газа и нахождению влияния параметров газовой ячейки на него с использованием методов вычислительной гидродинамики в программном пакете OpenFOAM. В моделировании рассмотрена двумерная модель газовой ячейки (Рис. 8), состоящая из основного объема, подводящей трубки и двух отверстий в торцах, через которые в ячейку проникает лазерный импульс. Показано, что наиболее важным параметром является отношение поперечного размера выходных отверстий к размеру подводящей трубки (Рис. 9b). При слишком большом размере отверстий поток газа в ячейке становится сильно турбулентным и нестационарным, при этом средний уровень концентрации газа оказывается сильно ниже ожидаемого. В *разделе 5.3* рассмотрена более сложная двухсекционная газовая ячейка, позволяющая создать два участка с различными уровнями концентрации плазмы. Показано, что определяющую роль в возможности получения большой разницы концентраций играет соотношение между размером отверстия в перегородке между секциями и размерами выходных отверстий. На основе профилей плазмы, полученных с использованием методов численной гидродинамики, в *разделе 5.4* проведено моделирование лазерно-плазменного ускорения электронов в газовой ячейке для различных уровней концентрации плазмы (Рис. 10). Моделирование продемонстрировало возможность получения ускоренных квазимоноэнергетических электронного сгустков с энергией порядка 1 ГэВ (Рис. 11) и разбросом по энергии около 10%. *Раздел 5.5* содержит выводы по главе.



**Рис. 10:** Зависимости энергетических спектров электронов с энергией более 200 МэВ от расстояния, пройденного лазерным импульсом, для различных концентраций плазмы. Вертикальные линии соответствуют мгновенным спектрам, показанным на Рис. 11.



**Рис. 11:** Мгновенные энергетические спектры электронов для различных концентраций, соответствующие расстояниям, показанным вертикальными линиями на Рис. 10. Затемненные области соответствуют величине разброса по энергии по уровню 1/2 максимума.

## Основные результаты

1. Разработана модель плазменной полости в поперечно-неоднородной плазме для случая произвольной формы электронного слоя на границе плазменной полости. В рамках модели было выведено дифференциальное уравнение, описывающее форму границы плазменной полости в зависимости от поперечного профиля плазмы с учетом влияния лазерного импульса и сгустков заряженных частиц. Были найдены области параметров, при которых это уравнение существенно упрощается и может быть рассмотрено аналитически. В рамках такого аналитического рассмотрения было получено уравнение для формы ненагруженной плазменной полости, т. е. полости без ускоряемых электронных сгустков. Показано, что наличие канала в плазме приводит к укорочению плазменной полости и уменьшению амплитуды электрического поля в ней. Полученные результаты хорошо согласуются с результатами полномасштабного трехмерного численного моделирования методом «частиц в ячейках».
2. В рамках модели плазменной полости в поперечно-неоднородной плазме и приближения малости толщины электронного слоя получены явные выражения для компонент электромагнитного поля как внутри полости, так и в электронном

слое снаружи нее. Данные выражения могут быть использованы для расчета динамики электронов при их ускорении внутри плазменной полости, а также в процессе инжекции и самоинжекции. Полученные аналитические выражения хорошо согласуются с результатами трехмерного численного моделирования.

3. Рассчитано влияние произвольного электронного сгустка на форму плазменной полости в плазме с поперечной неоднородностью. Получено общее выражение для расчета эффективности ускорения электронного сгустка. Для прямоугольного ускоряемого сгустка было показано, что существует пороговое значение плотности его заряда, при превышении которого сгусток компенсирует притяжение ионов и предотвращает замыкание полости. При этом выбор равной пороговому значению плотности заряда позволяет добиться эффективности ускорения до 100%. Также было показано, что для произвольного поперечного профиля плазмы возможно подобрать такой профиль ускоряемого электронного сгустка, что его ускорение будет происходить в полностью однородном электрическом поле. Это может позволить сохранить малый разброс по энергии частиц в ускоряемом сгустке. Полученные результаты хорошо согласуются с результатами полномасштабного трехмерного численного моделирования методом «частиц в ячейках».
4. Были рассчитаны характеристики бетатронных колебаний и бетатронного излучения электронов, ускоряемых в плазменной полости в плазме с полым каналом. Было показано, что существуют два предельных режима колебаний в зависимости от размера канала и амплитуды колебаний. В случае глубокого проникновения электронов в стенки канала его влияние оказывается несущественным и период бетатронных колебаний и критическая частота спектра бетатронного излучения оказываются такими же, как в однородной плазме. В противоположном случае электрон проводит большую часть времени внутри канала, поэтому период его колебаний становится больше, а ширина спектра бетатронного излучения увеличивается. Предложен двухстадийный метод генерации бетатронного излучения при резком переходе электронного сгустка из плазмы с одним набором параметров в плазму с другими параметрами.
5. Разработана модель плазменной полости в поперечно-неоднородной плазме в двумерном пространстве; получено дифференциальное уравнение, описывающее форму такой плазменной полости. Было показано, что по сравнению с аксиально-симметричной сферической полостью в трехмерном пространстве, плазменная полость в двумерном пространстве оказывается вытянутой в продольном направлении. При этом структура продольных и поперечных сил, действующих на ускоряющие электроны сохраняется, но амплитуда поперечной фокусирующей силы оказывается в два раза больше, чем в трехмерном пространстве.



Эти отличия необходимо учитывать при интерпретации результатов двумерного моделирования задач плазменного ускорения. Полученные результаты хорошо согласуются с результатами полномасштабного трехмерного численного моделирования методом «частиц в ячейках». Также при помощи численного моделирования было показано, что квазидвумерную плазменную полость можно создать путем использования дискообразного электронного сгустка.

6. Были рассчитаны параметры ускоренных электронных сгустков, образующихся при взаимодействии лазерного импульса с газовой ячейкой. Профили газа в двумерной и трехмерной моделях газовой ячейки были получены при помощи моделирования течения газа программным пакетом OpenFOAM, в том числе для параметров, соответствующих экспериментам, проводимым на установке PEARL в ИПФ РАН. Численное моделирование методом «частиц в ячейках» для параметров лазерного импульса установки PEARL показало возможность получения квазиодноэнергетических электронных сгустков с энергией более 1 ГэВ. Также были рассчитаны профили газа в двухсекционной газовой ячейке и найдены условия, при которых в ней возможно создать профиль с двумя различными задаваемыми извне уровнями концентрации.

## Список литературы

1. *Esarey E., Schroeder C. B., Leemans W. P.* Physics of laser-driven plasma-based electron accelerators // *Rev. Mod. Phys.* — 2009. — Т. 81, № 3. — С. 1229—1285. — DOI: 10.1103/RevModPhys.81.1229.
2. *Hooker S. M.* Developments in laser-driven plasma accelerators // *Nature Photon.* — 2013. — Т. 7. — С. 775—782. — DOI: 10.1038/nphoton.2013.234.
3. *Kostyukov I. Yu., Pukhov A. M.* Plasma-based methods for electron acceleration: current status and prospects // *Phys.-Usp.* — 2015. — Т. 58, № 1. — С. 81. — DOI: 10.3367/UFNe.0185.201501g.0089.
4. *Fainberg Ya. B.* // *Proc. CERN Symp. on High-Energy Accelerators and Pion Physics.* — 1956. — С. 84—90.
5. Acceleration of Electrons by the Interaction of a Bunched Electron Beam with a Plasma / P. Chen [и др.] // *Phys. Rev. Lett.* — 1985. — Т. 54, вып. 7. — С. 693—696. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.54.693.
6. Experimental observation of plasma wake-field acceleration / J. B. Rosenzweig [и др.] // *Phys. Rev. Lett.* — 1988. — Т. 61, № 1. — С. 98. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.61.98.
7. *Tajima T., Dawson J. M.* Laser electron accelerator // *Phys. Rev. Lett.* — 1979. — Т. 43, № 4. — С. 267. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.43.267.

8. *Pukhov A., Meyer-ter-Vehn J.* Laser wake field acceleration: the highly non-linear broken-wave regime // *Appl. Phys. B.* — 2002. — Т. 74, № 4/5. — С. 355—361. — DOI: 10.1007/s003400200795.
9. Measurements of the Critical Power for Self-Injection of Electrons in a Laser Wakefield Accelerator / D. H. Froula [и др.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2009. — Т. 103, № 21. — С. 215006. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.103.215006.
10. Self-injection threshold in self-guided laser wakefield accelerators / S. P. D. Mangles [и др.] // *Phys. Rev. ST Accel. Beams.* — 2012. — Т. 15, вып. 1. — С. 011302. — DOI: 10.1103/PhysRevSTAB.15.011302.
11. Direct Observation of the Injection Dynamics of a Laser Wakefield Accelerator Using Few-Femtosecond Shadowgraphy / A. Sävert [и др.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2015. — Т. 115, вып. 5. — С. 055002. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.115.055002.
12. A laser-plasma accelerator producing monoenergetic electron beams / J. Faure [и др.] // *Nature.* — 2004. — Т. 431, № 7008. — С. 541—544. — DOI: 10.1038/nature02963.
13. High-quality electron beams from a laser wakefield accelerator using plasma-channel guiding / C. G. R. Geddes [и др.] // *Nature.* — 2004. — Т. 431, № 7008. — С. 538—541. — DOI: 10.1038/nature02900.
14. Monoenergetic beams of relativistic electrons from intense laser-plasma interactions / S. P. D. Mangles [и др.] // *Nature.* — 2004. — Т. 431, № 7008. — С. 535. — DOI: 10.1038/nature02939.
15. Generation of Stable, Low-Divergence Electron Beams by Laser-Wakefield Acceleration in a Steady-State-Flow Gas Cell / J. Osterhoff [и др.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2008. — Т. 101, № 8. — С. 085002. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.101.085002.
16. Self-Guided Laser Wakefield Acceleration beyond 1 GeV Using Ionization-Induced Injection / C. E. Clayton [и др.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2010. — Т. 105, № 10. — С. 105003. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.105.105003.
17. Demonstration of a Narrow Energy Spread,  $\approx$ 0.5 GeV Electron Beam from a Two-Stage Laser Wakefield Accelerator / B. B. Pollock [и др.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2011. — Т. 107, № 4. — С. 045001. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.107.045001.
18. Improvements to laser wakefield accelerated electron beam stability, divergence, and energy spread using three-dimensional printed two-stage gas cell targets / M. Vargas [и др.] // *Appl. Phys. Lett.* — 2014. — Т. 104, № 17. — С. 174103. — DOI: 10.1063/1.4874981.
19. 2D hydrodynamic simulations of a variable length gas target for density down-ramp injection of electrons into a laser wakefield accelerator / O. Kononenko [и др.] // *Nucl.*

- Instrum. Meth. A. — 2016. — Т. 829. — С. 125—129. — DOI: 10.1016/j.nima.2016.03.104.
20. Improvement of electron beam quality in optical injection schemes using negative plasma density gradients / G. Fubiani [и др.] // Phys. Rev. E. — 2006. — Т. 73, вып. 2. — С. 026402. — DOI: 10.1103/PhysRevE.73.026402.
  21. Propagation and guiding of intense laser pulses in plasmas / P. Sprangle [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 1992. — Окт. — Т. 69, вып. 15. — С. 2200—2203. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.69.2200.
  22. High-quality electron beams from a laser wakefield accelerator using plasma-channel guiding / C. G. R. Geddes [и др.] // Nature. — 2004. — Т. 431, № 7008. — С. 538—541. — ISSN 1476-4687. — DOI: 10.1038/nature02900.
  23. Control of focusing forces and emittances in plasma-based accelerators using near-hollow plasma channels / C. B. Schroeder [и др.] // Phys. Plasmas. — 2013. — Т. 20, № 8. — С. 080701. — DOI: 10.1063/1.4817799.
  24. Beam loading in a laser-plasma accelerator using a near-hollow plasma channel / C. B. Schroeder [и др.] // Phys. Plasmas. — 2013. — Т. 20, № 12. — С. 123115. — DOI: 10.1063/1.4849456.
  25. Laser-plasma-based linear collider using hollow plasma channels / C. B. Schroeder [и др.] // Nucl. Instrum. Meth. A. — 2016. — Т. 829. — С. 113—116. — DOI: 10.1016/j.nima.2016.03.001.
  26. Field-Reversed Bubble in Deep Plasma Channels for High-Quality Electron Acceleration / A. Pukhov [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2014. — Т. 113, № 24. — С. 245003. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.113.245003.
  27. Hollow plasma channel for positron plasma wakefield acceleration / W. D. Kimura [и др.] // Phys. Rev. ST Accel. Beams. — 2011. — Т. 14, вып. 4. — С. 041301. — DOI: 10.1103/PhysRevSTAB.14.041301.
  28. Scheme for proton-driven plasma-wakefield acceleration of positively charged particles in a hollow plasma channel / L. Yi [и др.] // Phys. Rev. ST Accel. Beams. — 2013. — Т. 16, вып. 7. — С. 071301. — DOI: 10.1103/PhysRevSTAB.16.071301.
  29. Variable profile capillary discharge for improved phase matching in a laser wakefield accelerator / D. Kaganovich [и др.] // Appl. Phys. Lett. — 1999. — Т. 75, № 6. — С. 772—774. — DOI: 10.1063/1.124508.
  30. Laser-heater assisted plasma channel formation in capillary discharge waveguides / N. A. Bobrova [и др.] // Phys. Plasmas. — 2013. — Т. 20, № 2. — С. 020703. — DOI: 10.1063/1.4793447.

31. Numerical Simulation of the Creation of a Hollow Neutral-Hydrogen Channel by an Electron Beam / V. V. Ivanov [и др.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2006. — Т. 97, вып. 20. — С. 205007. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.97.205007.
32. Simulation of free-space optical guiding structure based on colliding gas flows / D. Kaganovich [и др.] // *Appl. Opt.* — 2015. — Т. 54, № 31. — F144—F148. — DOI: 10.1364/AO.54.00F144.
33. *Birdsall C. K., Langdon A. B.* Plasma physics via computer simulation. — CRC press, 2004.
34. *Pukhov A.* Particle-In-Cell Codes for Plasma-based Particle Acceleration // CERN Yellow Rep. — 2016. — Т. 1. — С. 181. — DOI: 10.5170/CERN-2016-001.181.
35. Characterisation of Tuneable Gas Target Profiles for Laser Wakefield Acceleration / V. Tomkus [и др.] // *High-Brightness Sources and Light-driven Interactions.* — 2018. — EM3B.4. — DOI: 10.1364/EUVXRAY.2018.EM3B.4.
36. Optimization of laser-plasma injector via beam loading effects using ionization-induced injection / P. Lee [и др.] // *Phys. Rev. Accel. Beams.* — 2018. — Т. 21, вып. 5. — С. 052802. — DOI: 10.1103/PhysRevAccelBeams.21.052802.
37. Novel gas target for laser wakefield accelerators / C. Aniculaesei [и др.] // *Rev. Sci. Instrum.* — 2018. — Т. 89, № 2. — С. 025110. — DOI: 10.1063/1.4993269.
38. *Kostyukov I., Pukhov A., Kiselev S.* Phenomenological theory of laser-plasma interaction in “bubble” regime // *Phys. Plasmas.* — 2004. — Т. 11, № 11. — С. 5256. — DOI: 10.1063/1.1799371.
39. Electron Self-Injection in Multidimensional Relativistic-Plasma Wake Fields / I. Kostyukov [и др.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2009. — Т. 103, № 17. — С. 175003. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.103.175003.
40. *Gordienko S., Pukhov A.* Scalings for ultrarelativistic laser plasmas and quasimonoenergetic electrons // *Phys. Plasmas.* — 2005. — Т. 12, № 4. — С. 043109. — DOI: 10.1063/1.1884126.
41. *Pukhov A., Gordienko S.* Bubble regime of wake field acceleration: similarity theory and optimal scalings // *Phil. Trans. R. Soc. A.* — 2006. — Т. 364, № 1840. — С. 623—633. — DOI: 10.1098/rsta.2005.1727.
42. Generating multi-GeV electron bunches using single stage laser wakefield acceleration in a 3D nonlinear regime / W. Lu [и др.] // *Phys. Rev. ST Accel. Beams.* — 2007. — Т. 10, вып. 6. — С. 061301. — DOI: 10.1103/PhysRevSTAB.10.061301.
43. *Jansen O., Tückmantel T., Pukhov A.* Scaling electron acceleration in the bubble regime for upcoming lasers // *Eur. Phys. J. Spec. Top.* — 2014. — Т. 223, № 6. — С. 1017—1030. — DOI: 10.1140/epjst/e2014-02152-8.

44. A nonlinear theory for multidimensional relativistic plasma wave wakefields / W. Lu [и др.] // Phys. Plasmas. — 2006. — Т. 13, № 5. — С. 056709. — DOI: 10.1063/1.2203364.
45. Beam loading by electrons in nonlinear plasma wakes / M. Tzoufras [и др.] // Phys. Plasmas. — 2009. — Т. 16, № 5. — С. 056705. — DOI: 10.1063/1.3118628.
46. Laser wake-field acceleration and optical guiding in a hollow plasma channel / T. C. Chiou [и др.] // Phys. Plasmas. — 1995. — Т. 2, № 1. — С. 310—318. — DOI: 10.1063/1.871107.
47. Structure of the wake field in plasma channels / N. E. Andreev [и др.] // Phys. Plasmas. — 1997. — Т. 4, № 4. — С. 1145—1153. — DOI: 10.1063/1.872186.
48. *Shvets G., Li X.* Theory of laser wakes in plasma channels // Phys. Plasmas. — 1999. — Т. 6, № 2. — С. 591—602. — DOI: 10.1063/1.873204.
49. Compact 0.56 Petawatt laser system based on optical parametric chirped pulse amplification in KD\*P crystals / V. V. Lozhkarev [и др.] // Laser Phys. Lett. — 2007. — Т. 4, № 6. — С. 421. — DOI: 10.1002/lapl.200710008.

## Список работ по диссертации

- A1. Обобщенная модель границы плазменной полости, возбуждаемой коротким лазерным импульсом или релятивистским электронным сгустком в поперечно-неоднородной плазме / А. А. Голованов [и др.] // Квант. электрон. — 2016. — Т. 46, № 4. — С. 295—298. — DOI: 10.1070/QEL16040.
- A2. Non-linear theory of a cavitated plasma wake in a plasma channel for special applications and control / J. Thomas [и др.] // Phys. Plasmas. — 2016. — Т. 23, № 5. — С. 053108. — DOI: 10.1063/1.4948712.
- A3. Beam loading in the bubble regime in plasmas with hollow channels / A. A. Golovanov [и др.] // Phys. Plasmas. — 2016. — Т. 23, № 9. — С. 093114. — DOI: 10.1063/1.4962565.
- A4. Образование и динамика плазмы в сверхсильных лазерных полях с учетом радиационных и квантово-электродинамических эффектов / И. И. Артеменко [и др.] // Письма в ЖЭТФ. — 2016. — Т. 104, № 12. — С. 892—902. — DOI: 10.1134/S0021364016240085.
- A5. Модель дельта-слоя для границы плазменной полости, возбуждаемой в плазменном канале электронным сгустком или лазерным импульсом / Й. Томас [и др.] // Квант. электрон. — 2017. — Т. 47, № 3. — С. 228—231. — DOI: 10.1070/QEL16313.

- A6. Голованов А. А., Костюков И. Ю. Особенности бетатронных колебаний и бетатронного излучения в плазме с полым каналом // Квант. электрон. — 2017. — Т. 47, № 3. — С. 188—193. — DOI: 10.1070/QEL16305.
- A7. Analytic model for electromagnetic fields in the bubble regime of plasma wakefield in non-uniform plasmas / A. A. Golovanov [и др.] // Phys. Plasmas. — 2017. — Т. 24, № 10. — С. 103104. — DOI: 10.1063/1.4996856.
- A8. Bubble regime in deep plasma channels / A. A. Golovanov [и др.] // AIP Conf. Proc. — 2017. — Т. 1812, № 1. — С. 070005. — DOI: 10.1063/1.4975885.
- A9. Golovanov A. A., Lebedev V. S., Kostyukov I. Yu. Design of a gas cell for laser wakefield acceleration of electrons // Probl. Atom. Sci. Tech. — 2018. — Т. 116. — С. 70—75.
- A10. Golovanov A. A., Kostyukov I. Yu. Bubble regime of plasma wakefield in 2D and 3D geometries // Phys. Plasmas. — 2018. — Т. 25, № 10. — С. 103107. — DOI: 10.1063/1.5047274.
- A11. Нагрузка плазменной полости электронным сгустком в глубоком плазменном канале / А. А. Голованов [и др.] // XVII научная школа «Нелинейные волны – 2016». — Нижний Новгород, 2016. — С. 47.
- A12. Golovanov A. Analytical theory of blowout regime in radially inhomogeneous plasmas // Science of the Future — 2016. — Kazan, Russia, 2016. — С. 490—492.
- A13. Analytic model for electromagnetic fields in the bubble regime of plasma wakefield / A. A. Golovanov [и др.] // Topical Problems of Nonlinear Wave Physics. — Moscow, Russia, 2017. — С. 71.
- A14. Аналитическая модель для электромагнитного поля в сильно нелинейной кильватерной волне / А. А. Голованов [и др.] // XVIII научная школа «Нелинейные волны – 2018». — Нижний Новгород, 2018. — С. 34—36.
- A15. Лебедев В. С., Голованов А. А., Костюков И. Ю. Численное моделирование ускорения электронов в плазме с продольной неоднородностью // XXIII Нижегородская сессия молодых ученых. Т. 2. — Нижний Новгород, 2018. — С. 29.
- A16. Golovanov A. A., Lebedev V. S., Kostyukov I. Yu. Gas cell for laser-wakefield acceleration at PEARL facility // 35th European Conference on Laser Interaction with Matter. — Rethymno, Greece, 2018. — С. 109.