

Федеральное государственное бюджетное научное учреждение
«Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики
им. А.В. Гапонова-Грехова Российской академии наук»
(ИПФ РАН)

На правах рукописи

Хайрулин Ильяс Равильевич

КОГЕРЕНТНЫЕ И ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ
И УСИЛЕНИИ АТТОСЕКУНДНЫХ ИМПУЛЬСОВ В МОДУЛИРОВАННОЙ
АКТИВНОЙ СРЕДЕ ПЛАЗМЕННОГО РЕНТГЕНОВСКОГО ЛАЗЕРА

1.3.19 – Лазерная физика

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
кандидат физико-математических наук
Рябикин Михаил Юрьевич

Нижний Новгород – 2023

Оглавление

Введение.....	4
Глава 1. Когерентные эффекты при формировании и усилении аттосекундных импульсов в оптически модулированной активной среде плазменного рентгеновского лазера на основе водородоподобных ионов Li^{2+}	14
1.1. Распространение резонансного излучения в водородоподобной активной среде плазменного рентгеновского лазера, модулированной оптическим/ИК полем: теоретическая модель	15
1.2. Аналитическое выражение для резонансного излучения линейной поляризации на выходе из водородоподобной оптически модулированной активной среды.....	24
1.3. Используемые параметры активной водородоподобной плазмы ионов Li^{2+} и модулирующего поля	29
1.4. Формирование аттосекундных импульсов из квазимонохроматического резонансного излучения в модулированной активной среде плазменного рентгеновского лазера на основе ионов Li^{2+}	31
1.4.1. Резонанс с центральной индуцированной линией усиления: аналитическое решение	33
1.4.2. Резонанс с центральной индуцированной линией усиления: результаты численной оптимизации	40
1.4.3. Резонанс с боковыми линиями усиления.....	47
1.5. Взаимное усиление совокупности высоких гармоник, образующих последовательность аттосекундных импульсов, в модулированной активной среде плазменного рентгеновского лазера на основе ионов Li^{2+}	54
1.5.1. Аналитическое решение для амплитуд усиливаемых высоких гармоник с учётом их взаимного рассеяния друг в друга	57
1.5.2. Когерентные эффекты в процессе усиления трёх высоких гармоник: аналитическое решение	63
1.5.3. Когерентные эффекты в процессе усиления трёх высоких гармоник: результаты численного моделирования	71
1.5.4. Когерентное увеличение эффективности усиления аттосекундных импульсов: оптимизация на основе аналитического решения	76
1.5.5. Когерентное увеличение эффективности усиления аттосекундных импульсов: результаты численного моделирования	86
1.6. Выводы к Главе 1	96
Глава 2. Поляризационные эффекты при усилении аттосекундных импульсов в активной среде плазменного рентгеновского лазера на основе неоноподобных ионов Ti^{12+} , модулированной ИК полем	100

2.1. Распространение резонансного излучения в модулированной неоноподобной активной среде плазменного рентгеновского лазера ионов Ti^{12+} : теоретическая модель.....	104
2.2. Используемые параметры активной неоноподобной плазмы ионов Ti^{12+} и модулирующего поля.....	111
2.3. Аналитическое решение для резонансного излучения эллиптической поляризации на выходе из неоноподобной модулированной активной среды ионов Ti^{12+}	114
2.4. Анализ условий усиления совокупности эллиптически поляризованных гармоник в модулированной активной среде плазменного рентгеновского лазера на основе неоноподобных ионов Ti^{12+}	118
2.5. Результаты численных расчётов для усиления гармоник высокого порядка эллиптической и циркулярной поляризации	123
2.5.1. Увеличение эллиптичности в процессе усиления излучения одной высокой гармоники	125
2.5.2. Усиление циркулярно поляризованного излучения одиночной высокой гармоники с сохранением её поляризационного состояния	128
2.5.3. Усиление совокупности циркулярно поляризованных высоких гармоник, образующих последовательность субфемтосекундных импульсов, с сохранением их поляризационного состояния	130
2.5.4. Усиление совокупности эллиптически поляризованных высоких гармоник, образующих последовательность субфемтосекундных импульсов, с увеличением их эллиптичности.....	133
2.6. Преобразование линейно поляризованного излучения одной или нескольких высоких гармоник в циркулярно поляризованное.....	136
2.6.1. Преобразование линейной поляризации излучения отдельной высокой гармоники в циркулярную.....	139
2.6.2. Преобразование линейной поляризации субфемто-/аттосекундных импульсов излучения высоких гармоник в циркулярную.....	145
2.7. Выводы к Главе 2	149
Заключение	154
Список литературы	156

Введение

Актуальность диссертационной работы

Интенсивные субфемто-/аттосекундные импульсы вакуумного ультрафиолетового (ВУФ)/рентгеновского излучения являются мощным инструментом для проведения высокоточных пространственных и временных измерений сверхбыстрой временной динамики и пространственной структуры микро- и нанообъектов в химии, биологии, медицине и материаловедении благодаря уникальной комбинации высокого пространственного и временного разрешений (см. обзоры по рентгеновским лазерам [1, 2] и по аттосекундной физике [3, 4]).

На сегодняшний день можно выделить три основных класса источников коротковолнового когерентного излучения: (а) рентгеновские лазеры на свободных электронах (ЛСЭ), (б) источники, основанные на генерации гармоник оптического поля высокого порядка, (в) плазменные рентгеновские лазеры. ЛСЭ являются наиболее мощными источниками высокочастотного излучения с максимальной энергией фотонов более 10 кэВ, способными генерировать импульсы с длительностью в несколько фемтосекунд [5-7] (недавно была продемонстрирована генерация импульсов с длительностью 200 ас [8], но с низкой степенью повторяемости от импульса к импульсу). Более того, при наличии специально сконструированных ондуляторов [9-11] рентгеновские ЛСЭ позволяют получить излучение с высокой эллиптичностью, что является важным с точки зрения исследования магнитных и хиральных сред, обладающих свойством кругового дихроизма, наиболее ярко проявляющимся на краях полос поглощения веществ, как правило, лежащих в ВУФ/рентгеновском диапазоне [12-14]. Однако излучение ЛСЭ, как правило, характеризуется довольно низкой временной когерентностью. Кроме того, это гигантские и очень дорогие экспериментальные комплексы, которых не так много в мире. Источники, основанные на эффекте генерации гармоник высокого порядка в газе, являются лабораторными источниками, позволяющими генерировать импульсы ВУФ/рентгеновского излучения аттосекундной (от нескольких сотен до нескольких десятков аттосекунд) длительности с управляемыми в широких пределах спектрально-временными и поляризационными свойствами. Однако эффективность генерации гармоник является низкой, особенно в диапазоне энергий фотонов более 100 эВ (что соответствует длине волны $< 12,4$ нм) и дополнительно уменьшается с ростом эллиптичности генерируемых гармоник (подробнее см. главу 2). Так, характерная энергия импульсов высоких гармоник в рентгеновском диапазоне в лучшем случае не превышает нескольких нДж [15, 16], что в значительной мере обусловлено

эффектами распространения [17]. Наконец, плазменные рентгеновские лазеры — это лабораторные импульсные источники, генерирующие излучение с высокой степенью когерентности и энергией (от нескольких мкДж до нескольких мДж в импульсе в зависимости от спектрального диапазона). Однако генерируемые импульсы, как правило, имеют пикосекундную длительность [1, 2, 18, 19], что препятствует применению таких источников для изучения процессов на фемто-/аттосекундных временных масштабах. Кроме того, излучение плазменных рентгеновских лазеров является неполяризованным, что не позволяет его использовать для измерений процессов, протекающих в средах, обладающих свойством кругового дихроизма.

Таким образом, актуальной задачей является получение импульсов ВУФ/рентгеновского излучения с управляемой поляризацией, с субфемто-/аттосекундной длительностью, как у источников высоких гармоник, и высокой энергией импульсов, характерной для плазменных рентгеновских лазеров. Существует две принципиальные возможности сделать это.

Во-первых, пикосекундный импульс плазменного рентгеновского лазера можно преобразовать в последовательность аттосекундных импульсов. Так, в работах [20-25] был предложен и разработан метод формирования синхронизованных по фазе комбинационных спектральных компонент при распространении квазимонохроматического ВУФ/рентгеновского излучения в резонансной поглощающей среде, представляющей собой нейтральный или ионизированный газ, дополнительно облучаемый интенсивным низкочастотным лазерным полем линейной поляризации. Было показано, что в плазме водородоподобных ионов или нейтральном газе атомов водорода лазерное поле приводит к преобразованию резонансного возбуждённого состояния иона или атома в многочастотное состояние Флоке в результате эффекта Штарка. В этом случае генерация комбинационных частот обусловлена переходами между модифицированными лазерным полем связанными состояниями атома или иона. В результате при распространении ВУФ/рентгеновского резонансного излучения в модулированной среде в определённых условиях квазимонохроматическое излучение затравки может быть преобразовано в последовательность аттосекундных импульсов. Важно отметить, что в качестве поля затравки в этом случае может выступать излучение плазменного рентгеновского лазера. Впоследствии в работе [26] была теоретически показана принципиальная возможность распространения этого метода на случай активной среды плазменного рентгеновского лазера. Однако последовательной аналитической теории, учитывающей влияние дисперсии плазмы, не было построено, а также не были найдены оптимальные условия формирования импульсов. Более того, из-за особенностей модуляции резонансной водородоподобной среды (которые подробно обсуждаются в главе 1) поляризация

получаемых таким образом аттосекундных импульсов является линейной и совпадает по направлению с поляризацией лазерного поля.

Во-вторых, можно использовать активную среду плазменного рентгеновского лазера в качестве усилителя для излучения высоких гармоник. Как показано в работах [27-29], в этом случае энергия излучения гармоник может быть усилена до 1 мкДж. Однако узость спектра усиления рентгеновских лазеров [30, 31] приводит к тому, что энергия, запасённая в активной среде, аккумулируется в излучении одной высокой гармоники, резонансной к инвертированному переходу активной среды. Это не позволяет усиливать совокупность высоких гармоник и, таким образом, препятствует усилению аттосекундных импульсов. Кроме того, поляризация усиленной таким образом высокой гармоники определяется её поляризацией на входе в среду [32].

В недавней работе [33] был предложен метод, который позволяет расширить спектр усиления плазменного рентгеновского лазера настолько, чтобы использовать его для усиления последовательности аттосекундных импульсов, образованных совокупностью высоких гармоник лазерного поля. Для этого в работе [33] предлагается активную среду облучать репликой лазерного поля фундаментальной частоты (или его второй гармоникой [34]), которое было использовано для генерации высоких гармоник. При этом в качестве активной среды рассматривалась активная плазма водородоподобных ионов C^{5+} с примесью лёгких атомов водорода, дополнительно увеличивающей концентрацию свободных электронов в плазме. Инверсия населённостей в такой среде достигается на переходе между состояниями с главными квантовыми числами $n = 1$ и $n = 2$. Под действием лазерного поля вследствие линейного (в случае водородоподобной активной плазмы) эффекта Штарка частоты переходов между лазерными уровнями ионов меняются во времени и пространстве согласованно с величиной электрического поля лазерной волны. В результате усиление среды, изначально локализованное в окрестности частоты инвертированного перехода, перераспределяется по комбинационным частотам, отстоящим от частоты резонанса (с учётом среднего по времени штарковского сдвига) на величину, кратную частоте модулирующего поля. При этом, если одна из высоких гармоник модулирующего поля настроена в резонанс с линией усиления на средней по времени частоте модулированного перехода, то остальные высокие гармоники будут автоматически в резонансе с соответствующими индуцированными линиями усиления. Если к тому же дисперсия плазмы на частоте модулирующего поля оказывается достаточно сильной, то гармоники разных порядков будут усиливаться независимо друг от друга с сохранением их относительных фаз. Более того, благодаря оптимальному выбору интенсивности модулирующего поля коэффициенты усиления для гармоник разных порядков могут быть сделаны приблизительно равными друг к другу. В результате, если на входе в среду высокие

гармоники образуют последовательность аттосекундных импульсов, то в процессе их распространения интенсивность импульсов будет возрастать, а их длительность и форма сохраняться. В частности, в работах [33, 34] была показана возможность усиления аттосекундных импульсов на два порядка по интенсивности в водородоподобной активной среде ионов C^{5+} . Важно отметить, что, как и в случае водородоподобного резонансного поглотителя, особенности модуляции энергий состояний на инвертированном переходе приводят к тому, что в водородоподобной активной среде усилить можно только одну поляризационную компоненту поля совокупности высоких гармоник, которая параллельна поляризации модулирующего поля. Из-за этого усиление совокупности эллиптически/циркулярно поляризованных высоких гармоник в такой среде оказывается невозможным.

Поиск путей преодоления указанных выше ограничений является актуальной задачей развития настольных источников интенсивного короткоимпульсного ВУФ/рентгеновского излучения с управляемой поляризацией.

Цели и задачи диссертационной работы

Целью настоящей работы является исследование возможности получения, эффективного усиления и управления поляризацией интенсивных субфемто-/аттосекундных импульсов ВУФ/рентгеновского излучения в оптически модулированной активной среде плазменного рентгеновского лазера.

Для достижения поставленной цели в работе решены следующие задачи:

- разработка последовательной аналитической модели, описывающей основные закономерности распространения резонансного ВУФ/рентгеновского излучения в оптически модулированной активной среде плазменного рентгеновского лазера на основе водородоподобных ионов;

- аналитическое и численное исследование оптимальных условий преобразования пикосекундного импульса резонансного излучения в последовательность субфемто-/аттосекундных импульсов благодаря появлению интенсивных синфазных комбинационных спектральных компонент в оптически модулированной водородоподобной активной плазме с умеренной плазменной дисперсией на частоте модулирующего поля;

- аналитическое и численное исследование возможности увеличения эффективности усиления субфемто-/аттосекундных импульсов в оптически модулированной водородоподобной активной плазме с умеренной плазменной дисперсией на частоте модулирующего поля;

- обобщение предложенного в работе [33] метода усиления излучения совокупности высоких гармоник, образующих последовательность аттосекундных импульсов, на случай неводородоподобной, а именно неоноподобной активной плазмы;

- аналитическое и численное исследование возможности усиления и управления поляризацией излучения совокупности высоких гармоник в оптически модулированной неоноподобной активной плазменной среде.

Методы исследования

Основной метод исследования основан на полуклассическом описании взаимодействия излучения с веществом (поле рассматривается как классическое, а вещество описывается квантовомеханически). Взаимодействие излучения с веществом рассматривается в рамках электродипольного приближения. Описание распространения резонансного ВУФ/рентгеновского излучения в оптически модулированной активной среде плазменного рентгеновского лазера основано на аналитическом и численном решении системы уравнений, состоящей из одномерного волнового уравнения и уравнений для матрицы плотности состояния среды, в которой учитываются состояния на инвертированном переходе, с использованием приближения медленно меняющихся амплитуд и резонансного приближения. Для численного расчёта временной динамики элементов матрицы плотности использовался классический метод Рунге-Кутты четвёртого порядка, а для расчёта пространственного изменения медленно меняющихся амплитуд поляризационных компонент резонансного поля – метод Эйлера. Для моделирования усиленного спонтанного излучения активной среды использовался метод, предложенный Р. Глаубером и Ф. Хааке, согласно которому в среде задаётся начальное случайное распределение резонансной поляризации на дипольно разрешённых переходах активной среды. Ионизация активной среды из состояний инвертированного перехода под действием модулирующего поля учитывалась по формуле Переломова-Попова-Терентьева. Аналитические решения получены в линейном приближении по резонансному полю и в пренебрежении влиянием усиленного спонтанного излучения.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, двух глав и заключения. Полный объём диссертации составляет 165 страниц и включает 34 рисунка. Список литературы содержит 81 наименований. Список публикаций автора по теме диссертации содержит 26 наименований.

Краткое содержание диссертации

Во введении обосновывается актуальность работы, формулируются её цели и задачи, описываются методы исследования, приводится информация о структуре и объёме диссертации, кратко излагается её содержание, формулируются выносимые на защиту научные положения, аргументируется научная новизна исследований, показывается научная и практическая значимость полученных результатов, обосновывается их достоверность, представляются сведения об апробации работы и о личном вкладе автора.

Глава 1 настоящей работы посвящена исследованию когерентных эффектов, возникающих при распространении резонансного излучения затравки линейной поляризации в оптически модулированной водородоподобной активной среде плазменного рентгеновского лазера с умеренной дисперсией на частоте модулирующего поля и/или с высоким невозмущённым коэффициентом усиления на примере активной плазмы водородоподобных ионов Li^{2+} с длиной волны инвертированного перехода 13,5 нм. В разделе 1.1 приведена теоретическая модель, позволяющая численно исследовать особенности распространения резонансного излучения в модулированной водородоподобной активной плазме с учётом усиленного спонтанного излучения и нелинейности среды. Раздел 1.2 посвящён выводу аналитического решения для резонансного излучения линейной поляризации на выходе из водородоподобной оптически модулированной активной плазмы. В разделе 1.3 приведены основные параметры рассматриваемой плазмы водородоподобных ионов Li^{2+} , а также дано описание способа получения такой плазмы. В разделе 1.4 аналитически и численно исследуются оптимальные условия формирования аттосекундных импульсов из квазимонохроматической затравки, резонансной с одной из индуцированных линий усиления модулированной активной плазмы. Раздел 1.5 посвящён исследованию возможности увеличения эффективности усиления аттосекундных импульсов, образованных совокупностью резонансных высоких гармоник, благодаря их синхронизации с многочастотным когерентно рассеянным полем, формируемым в плазме с умеренной дисперсией на частоте модулирующего лазерного поля. В разделе 1.6 приведены основные выводы по результатам главы 1.

Глава 2 посвящена исследованию поляризационных эффектов, а именно усилению и управлению поляризацией излучения, при распространении поля высоких гармоник в оптически модулированной неоноподобной активной среде плазменного рентгеновского лазера. В качестве активной среды рассмотрена плазма неоноподобных ионов Ti^{12+} с длиной волны инвертированного перехода 32,6 нм. В разделе 2.1 приведена теоретическая модель, позволяющая численно исследовать особенности распространения резонансного излучения в модулированной неоноподобной активной плазме с учётом усиленного спонтанного излучения

и нелинейности среды. В разделе 2.2 приведены основные параметры активной плазмы ионов Ti^{12+} , и сделан обзор литературы по созданию такой активной среды. Раздел 2.3 посвящён выводу аналитического решения для амплитуд поляризационных компонент резонансного излучения на выходе из неоноподобной модулированной активной среды ионов Ti^{12+} . В разделе 2.4 на основе полученного аналитического решения проводится анализ условий усиления совокупности эллиптически/циркулярно поляризованных гармоник. В разделе 2.5 приведены результаты численных расчётов для усиления одной или нескольких высоких гармоник циркулярной/эллиптической поляризации как с сохранением эллиптичности излучения, так и с её увеличением. В разделе 2.6 рассматривается возможность преобразования линейно поляризованного излучения одной или нескольких высоких гармоник в циркулярно поляризованное. В разделе 2.7 приведены основные выводы по результатам главы 2.

В заключении сформулированы основные результаты, полученные в диссертации.

Положения, выносимые на защиту

1. В оптически модулированной водородоподобной активной плазме с умеренной дисперсией на частоте модулирующего поля благодаря генерации многочастотного когерентно рассеянного поля в оптимальных условиях имеется возможность преобразования квазимонохроматического резонансного излучения в последовательность аттосекундных импульсов с высокой интенсивностью и контрастом.
2. Взаимное когерентное рассеяние гармоник модулирующего поля высокого порядка, сопровождающее их усиление в активной водородоподобной среде плазменного рентгеновского лазера с умеренной дисперсией на частоте модулирующего поля, позволяет повысить в несколько раз эффективность усиления поля гармоник вследствие его конструктивной интерференции с когерентно рассеянным полем.
3. В оптически модулированной неоноподобной активной плазме имеется возможность усиления совокупности эллиптически или циркулярно поляризованных высоких гармоник, образующих последовательность аттосекундных импульсов, как с сохранением их поляризации, так и с увеличением эллиптичности импульсов, обусловленным преимущественным усилением одной из поляризационных составляющих поля гармоник.
4. При распространении в оптически модулированной неоноподобной активной среде плазменного рентгеновского лазера возможно преобразование поляризации резонансного излучения одной или нескольких высоких гармоник, образующих последовательность аттосекундных импульсов, из линейной в циркулярную благодаря появлению фазового сдвига $\pi/2$ между ортогонально поляризованными составляющими поля. При этом

благодаря усилению в среде эффективность такого преобразования по энергии излучения превышает 100%.

Научная новизна

Научная новизна диссертационной работы заключается в следующем:

1. Построена аналитическая модель, позволяющая описать основные закономерности распространения резонансного ВУФ/рентгеновского излучения в оптически модулированной активной среде плазменного рентгеновского лазера на основе водородоподобных ионов.
2. На основе проведённых аналитических и численных исследований найдены оптимальные условия преобразования пикосекундного импульса резонансного ВУФ/рентгеновского излучения в последовательность субфемто-/аттосекундных импульсов вследствие генерации интенсивных синфазных комбинационных спектральных компонент при его распространении в оптически модулированной водородоподобной активной плазме с умеренной плазменной дисперсией на частоте модулирующего поля.
3. Показана возможность значительного увеличения эффективности усиления субфемто-/аттосекундных импульсов высоких гармоник благодаря их конструктивной интерференции с генерируемым многочастотным когерентно рассеянным полем при распространении в оптически модулированной водородоподобной активной плазме с умеренной дисперсией на частоте модулирующего поля.
4. Проведено обобщение предложенного в работе [33] метода усиления излучения совокупности высоких гармоник, образующих последовательность аттосекундных импульсов, на случай неводородоподобной, а именно неоноподобной активной плазмы.
5. Показана возможность усиления и управления поляризацией излучения совокупности высоких гармоник в оптически модулированной неоноподобной активной плазменной среде.

Научная и практическая значимость результатов

Исследованные в диссертации когерентные и поляризационные эффекты открывают возможность создания лабораторного источника интенсивных аттосекундных импульсов ВУФ/рентгеновского излучения с управляемой поляризацией, которые могут быть использованы в рентгеновской спектроскопии и аттосекундной метрологии. Кроме того,

предложенная аналитическая модель позволяет оценить, не прибегая к трудоёмким численным расчётам, основные условия, необходимые для получения (генерации и/или усиления) многочастотного излучения с необходимыми спектрально-временными и поляризационными характеристиками.

Достоверность полученных результатов

Достоверность полученных результатов обеспечивается корректным применением математических методов и надёжных экспериментальных данных о характеристиках рассматриваемых ионов и подтверждается согласованностью результатов численных расчётов с полученными аналитическими решениями. Физическая трактовка полученных результатов находится в согласии с общепризнанными представлениями.

Апробация результатов и публикации

Основные результаты диссертационной работы докладывались на следующих конференциях и научных школах:

- научная школа «Нелинейные волны», г. Нижний Новгород, 2018 и 2020 гг.
- International Conference on Ultrafast Optical Science (UltrafastLight), г. Москва, 2018, 2020, 2022 гг.
- International Conference on X-Ray Lasers, Чешская Республика, г. Прага 2018 г. и онлайн 2020 г.
- International Conference “Frontiers of Nonlinear Physics”, г. Нижний Новгород, 2019 г.
- International Conference on Photonic, Electronic, and Atomic Collisions (ICPEAC), Франция, г. Довиль, 2019 г.
- научная конференция по радиофизике, г. Нижний Новгород, 2019 г.
- IV международная конференция и VI всероссийский молодёжный форум «Наука будущего – наука молодых», г. Москва, 2021 г.
- International Symposium Topical Problems of Nonlinear Wave Physics (NWP-2021), г. Нижний Новгород, 2021 г.
- XXVII Нижегородская сессия молодых ученых по техническим и естественным наукам, г. Нижний Новгород, 2022 г.

Результаты работы также обсуждались на научных семинарах в Институте прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова РАН и Институте общей физики им. А.М. Прохорова РАН. Материалы диссертации были опубликованы в ведущих российских и зарубежных научных

журналаз: Physical Review A, Physical Review Research, Scientific Reports, Photonics, Physics of Wave Phenomena, Письма в ЖЭТФ, Квантовая электроника, а также в материалах российских и международных конференций. Всего по теме исследования опубликовано 8 статей в рецензируемых журналах [A1-A8] (из них 8 – в журналах, рекомендованных ВАК для публикации основных материалов), 18 статей и тезисов докладов в сборниках трудов всероссийских и международных конференций [A9-A26]. Представленные результаты были отмечены премиями XXIII и XXV Конкурсов работ молодых учёных ИПФ РАН в 2021 и 2023 гг., соответственно, и VII открытого конкурса научных работ молодых учёных в области физики, химии, биофизики и технологии наноструктур и элементов наноэлектроники (ИФМ РАН) в 2023 г.

Личный вклад автора

Все теоретические результаты, изложенные в настоящей диссертации, получены лично автором либо при его непосредственном участии. В работе [A4] автором получено аналитическое решение, вывод которого приведён в разделе 1.2. В работах [A1, A2, A3, A6] автором проведены аналитические и численные расчёты, а также анализ полученных результатов. В работах [A5, A8] автором предложена идея согласования спектров усиления, проведены аналитические и численные расчёты. В работе [A7] автором предложена идея смещения согласованных спектров усиления для преобразования поляризации излучения высоких гармоник, проведены аналитические и численные расчёты, а также анализ полученных результатов.

Благодарности

Автор выражает глубокую благодарность и признательность научному руководителю Михаилу Юрьевичу Рябикину и старшим коллегам Ольге Анатольевне Кочаровской и Владимиру Андреевичу Антонову за переданный опыт, многочисленные ценные обсуждения и значимый вклад в профессиональное становление.

Глава 1. Когерентные эффекты при формировании и усилении аттосекундных импульсов в оптически модулированной активной среде плазменного рентгеновского лазера на основе водородоподобных ионов Li^{2+}

В данной главе представлен аналитический подход, позволяющий описать основные закономерности взаимодействия резонансного высокочастотного излучения затравки с оптически модулированной активной плазменной средой на основе водородоподобных ионов с умеренной дисперсией плазмы на частоте лазерного поля. С его помощью, а также с помощью численной оптимизации, основанной на решении более общей (нелинейной) системы уравнений, проанализированы оптимальные условия (а) преобразования квазимонохроматического резонансного излучения затравки в последовательность субфемто-/аттосекундных импульсов благодаря генерации синфазных комбинационных спектральных компонент, а также (б) повышения эффективности усиления последовательности субфемто-/аттосекундных импульсов посредством когерентного рассеяния высоких гармоник лазерного поля друг в друга.

**1.1. Распространение резонансного излучения в водородоподобной активной среде
плазменного рентгеновского лазера, модулированной оптическим/ИК полем:
теоретическая модель**

В настоящей главе рассматривается распространение резонансного излучения затравки ВУФ/рентгеновского диапазона в активной среде плазменного рентгеновского лазера с инверсией населённостей на переходе $n = 1 \leftrightarrow n = 2$ водородоподобных ионов (где n – главное квантовое число), которые дополнительно облучаются интенсивным лазерным полем видимого/ИК диапазона. Генерация усиленного спонтанного излучения в водородоподобных активных средах была исследована и продемонстрирована в работах [18, 35, 37]. Представленная ниже теоретическая модель приведена в работе [A1]. Пусть на входе в среду, $x = 0$, излучение затравки является линейно поляризованным вдоль оси z , и его электрическое поле имеет вид:

$$\mathbf{E}(x = 0, t) = \frac{1}{2} \mathbf{z}_0 \tilde{E}_{\text{inc}}(t) \exp(-i\omega_{\text{inc}}t) + \text{к.с.}, \quad (1.1)$$

где \mathbf{z}_0 - единичный вектор поляризации, к.с. обозначает комплексно сопряжённую часть, ω_{inc} – несущая частота поля, которая близка к частоте инвертированного перехода, а $\tilde{E}_{\text{inc}}(t)$ – медленно меняющаяся амплитуда падающего поля.

Активная среда также облучается лазерным полем видимого/ИК диапазона, которое является линейно поляризованным вдоль оси z и распространяется в том же направлении, что и падающее поле (1.1) (вдоль оси x):

$$\mathbf{E}_L(x, t) = \mathbf{z}_0 E_M \cos[\Omega(t - n_{\text{pl}}x/c) + \mathcal{G}]. \quad (1.2)$$

Здесь E_M и Ω – амплитуда и круговая частота модулирующего поля, соответственно, \mathcal{G} – начальная фаза модулирующего поля, которая характеризует задержку между падающим резонансным и модулирующим полями на масштабе периода модулирующего поля; c – скорость света в вакууме, а $n_{\text{pl}} = \sqrt{1 - 4\pi N_e e^2 / (m_e \Omega^2)}$ – показатель преломления плазмы на частоте модулирующего поля; N_e – концентрация свободных электронов в плазме, e и m_e – заряд и масса электрона, соответственно. В выражении (1.2) предполагается, что модулирующее поле является монохроматическим и распространяется в среде с фазовой скоростью c/n_{pl} . Эти приближения являются справедливыми, если (а) длительность импульса модулирующего поля значительно больше длительности излучения затравки (1.1) и характерных времён релаксационных процессов в активной среде, (б) плазма является стационарной и однородной, так что концентрация свободных электронов оказывается

приблизительно постоянной в течение всего времени взаимодействия в объёме активной среды, и (в) модулирующее поле является сильно отстроенным от резонансов с переходами из населённых состояний активных ионов во все остальные состояния.

Схема энергетических уровней, участвующих во взаимодействии резонансного излучения затравки (1.1) с водородоподобными ионами, включает в себя пять состояний ионов, а именно, основное состояние $|1\rangle = |1s\rangle$, которое соответствует уровню энергии с $n = 1$, и возбуждённые состояния $|2\rangle = (|2s\rangle + |2p, m = 0\rangle) / \sqrt{2}$, $|3\rangle = (|2s\rangle - |2p, m = 0\rangle) / \sqrt{2}$, $|4\rangle = |2p, m = 1\rangle$, $|5\rangle = |2p, m = -1\rangle$, которые соответствуют уровню энергии с $n = 2$. Здесь m – квантовое число проекции орбитального момента ионов на направление поляризации модулирующего поля, т.е. на ось z . Под действием модулирующего поля (1.2) верхний резонансный энергетический уровень ионов расщепляется на три подуровня вследствие эффекта Штарка. Два из них соответствуют состояниям $|2\rangle$ и $|3\rangle$, и их энергии изменяются во времени и пространстве вслед за изменением электрической компоненты модулирующего поля (1.2) вследствие линейного эффекта Штарка, а также испытывают энергетический сдвиг вследствие квадратичного эффекта Штарка. Третий подуровень является двукратно вырожденным и соответствует состояниям $|4\rangle$ и $|5\rangle$, энергии которых испытывают смещение вследствие квадратичного эффекта Штарка. Стоит отметить, что при рассматриваемых ниже интенсивностях и частотах модулирующего поля квадратичные штарковские сдвиги энергий рассматриваемых состояний существенно меньше частоты модулирующего поля, вследствие чего их переменными составляющими можно пренебречь [23]. Кроме того, в этом случае кубическим эффектом Штарка, а также поправками более высоких порядков к штарковскому сдвигу можно пренебречь.

При распространении резонансного поля (1.1) в рассматриваемой среде возбуждается резонансная поляризация:

$$\mathbf{P}(x, t) = N_{\text{ion}} (\mathbf{d}_{12}\rho_{21} + \mathbf{d}_{13}\rho_{31} + \mathbf{d}_{14}\rho_{41} + \mathbf{d}_{15}\rho_{51} + \text{к.с.}), \quad (1.3)$$

где N_{ion} – концентрация резонансных ионов, \mathbf{d}_{1i} – дипольные моменты переходов $|i\rangle \leftrightarrow |1\rangle$, $i = 2, 3, 4, 5$, а ρ_{i1} – квантовые когерентности на этих переходах. Дипольные моменты \mathbf{d}_{1i} определяются как $\mathbf{d}_{12} = \mathbf{z}_0 d_{\text{tr}}$, $\mathbf{d}_{13} = -\mathbf{z}_0 d_{\text{tr}}$, $\mathbf{d}_{14} = \mathbf{d}_{15} = i\mathbf{y}_0 d_{\text{tr}}$, где $d_{\text{tr}} = \frac{2^7}{3^5 Z} e a_0$, Z – зарядовое число активных ионов, a_0 – радиус Бора. Также ненулевыми элементами матрицы дипольных моментов между рассматриваемыми состояниями являются $\mathbf{d}_{22} = \mathbf{z}_0 d_{\text{av}}$ и $\mathbf{d}_{33} = -\mathbf{z}_0 d_{\text{av}}$, где $d_{\text{av}} = \frac{3}{Z} e a_0$. Таким образом, падающее z -поляризованное поле (1.1) взаимодействует с

переходами $|2\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ и $|3\rangle \leftrightarrow |1\rangle$, дипольные моменты которых ориентированы вдоль оси z . В то же время, переходы $|4\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ и $|5\rangle \leftrightarrow |1\rangle$, дипольные моменты которых ориентированы перпендикулярно оси z , приводят к генерации усиленного спонтанного излучения, поляризация которого ориентирована вдоль оси y . Оно приводит к уменьшению инверсии населённостей на переходах $|2\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ и $|3\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ из-за дополнительного увеличения населённости основного состояния.

Изменение квантового состояния ионов во времени при распространении резонансного излучения затравки (1.1) в присутствии модулирующего поля (1.2) может быть описано системой уравнений для элементов матрицы плотности рассматриваемых пяти состояний:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_{11}}{\partial t} &= \gamma_{11} \sum_{k=2}^5 \rho_{kk} - i [\hat{H}, \hat{\rho}]_{11}, \\ \frac{\partial \rho_{ij}}{\partial t} &= -\gamma_{ij} \rho_{ij} - i [\hat{H}, \hat{\rho}]_{ij}, \quad i, j = \{1, 2, 3, 4, 5\}, \quad ij \neq 11, \end{aligned} \quad (1.4)$$

где учитывается, что состояние $|1\rangle$ является основным состоянием ионов. В уравнениях (1.4) γ_{ij} – скорость релаксации элемента матрицы плотности ρ_{ij} , а \hat{H} – гамильтониан системы, который в присутствии резонансного ВУФ/рентгеновского и модулирующего полей имеет вид:

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} \hbar\omega_1 & -E_z d_{tr} & E_z d_{tr} & -iE_y d_{tr} & -iE_y d_{tr} \\ -E_z d_{tr} & \hbar\omega_2(t, x) & 0 & 0 & 0 \\ E_z d_{tr} & 0 & \hbar\omega_3(t, x) & 0 & 0 \\ iE_y d_{tr} & 0 & 0 & \hbar\omega_4 & 0 \\ iE_y d_{tr} & 0 & 0 & 0 & \hbar\omega_5 \end{pmatrix}, \quad (1.5)$$

где

$$\begin{aligned} \hbar\omega_1 &= -\frac{m_e e^4 Z^2}{2\hbar^2} \left\{ 1 + \frac{9}{256} F_0^2 \right\}, \\ \hbar\omega_2(t, x) &= -\frac{m_e e^4 Z^2}{8\hbar^2} \left\{ 1 + \frac{21}{4} F_0^2 + 3F_0 \cos \left(\Omega \left[t - n_{pl} \frac{x}{c} \right] + \vartheta \right) \right\}, \\ \hbar\omega_3(t, x) &= -\frac{m_e e^4 Z^2}{8\hbar^2} \left\{ 1 + \frac{21}{4} F_0^2 - 3F_0 \cos \left(\Omega \left[t - n_{pl} \frac{x}{c} \right] + \vartheta \right) \right\}, \\ \hbar\omega_4 = \hbar\omega_5 &= -\frac{m_e e^4 Z^2}{8\hbar^2} \left\{ 1 + \frac{39}{8} F_0^2 \right\} \end{aligned} \quad (1.6)$$

являются энергиями состояний $|1\rangle$, $|2\rangle$, $|3\rangle$, $|4\rangle$ и $|5\rangle$, соответственно, с учётом линейного и квадратичного штарковских сдвигов, индуцированных модулирующим полем (1.2) [36];

$F_0 = \left(\frac{2}{Z} \right)^3 \frac{E_M}{E_A}$ – безразмерная амплитуда модулирующего поля, $E_A = m_e^2 e^5 / \hbar^4 \cong 5,14 \cdot 10^9$ В/см –

атомная единица электрического поля, \hbar – редуцированная постоянная Планка. В свою очередь, скорости релаксации γ_{ij} определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned}
\gamma_{21} = \gamma_{31} &= \gamma_{\text{coll}} + w_{\text{ion}}^{(2,3)}/2 + \Gamma_{\text{rad}}/2 \equiv \gamma_z, \\
\gamma_{41} = \gamma_{51} &= \gamma_{\text{coll}} + w_{\text{ion}}^{(4,5)}/2 + \Gamma_{\text{rad}}/2, \\
\gamma_{32} = \gamma_{\text{coll}} + w_{\text{ion}}^{(2,3)} + \Gamma_{\text{rad}}, \quad \gamma_{54} &= \gamma_{\text{coll}} + w_{\text{ion}}^{(4,5)} + \Gamma_{\text{rad}}, \\
\gamma_{42} = \gamma_{52} = \gamma_{43} = \gamma_{53} &= \gamma_{\text{coll}} + w_{\text{ion}}^{(2,3)}/2 + w_{\text{ion}}^{(4,5)}/2 + \Gamma_{\text{rad}}, \\
\gamma_{11} = \Gamma_{\text{rad}}, \quad \gamma_{22} = \gamma_{33} &= w_{\text{ion}}^{(2,3)} + \Gamma_{\text{rad}}, \quad \gamma_{44} = \gamma_{55} = w_{\text{ion}}^{(4,5)} + \Gamma_{\text{rad}}.
\end{aligned} \tag{1.7}$$

В (1.7) γ_{coll} характеризует столкновительное уширение, Γ_{rad} – скорость спонтанного перехода из каждого верхнего состояния ионов, $|2\rangle$, $|3\rangle$, $|4\rangle$ или $|5\rangle$, в основное состояние $|1\rangle$, а $w_{\text{ion}}^{(2,3)}$ и $w_{\text{ion}}^{(4,5)}$ – скорости ионизации из состояний $|2\rangle$ или $|3\rangle$, а также $|4\rangle$ или $|5\rangle$, соответственно, усреднённые по периоду модулирующего поля:

$$\begin{aligned}
w_{\text{ion}}^{(2,3)} &= \frac{m_e e^4 Z^2}{16\hbar^3} \sqrt{\frac{3F_0}{\pi}} \left[\frac{4}{F_0} e^3 + \left(\frac{4}{F_0} \right)^3 e^{-3} \right] e^{-\frac{2}{3F_0}}, \\
w_{\text{ion}}^{(4,5)} &= \frac{m_e e^4 Z^2}{4\hbar^3} \sqrt{\frac{3F_0}{\pi}} \left(\frac{4}{F_0} \right)^2 e^{-\frac{2}{3F_0}}.
\end{aligned} \tag{1.8}$$

Важно отметить, что интенсивность модулирующего поля не должна превышать величины, при которой это поле приводит к дополнительной ионизации инвертированной среды, то есть отделению электронов от резонансных ионов, в течение времени установления поляризационного отклика среды, так как это уменьшит населённости возбуждённых состояний $|2\rangle$ и $|3\rangle$ и, как следствие, уменьшит коэффициент усиления среды. При этом соответствующие скорости ионизации оказываются много меньше частоты модулирующего поля, Ω , что позволяет учесть их как независимые от времени величины [23, 25], что и сделано в (1.8).

Далее, пусть активная среда имеет форму вытянутого вдоль оси x цилиндра с длиной L и радиусом $R \ll L$, при этом параметр Френеля $F = \pi R^2 / (\lambda_z L)$ оказывается порядка единицы (здесь $\lambda_z = 2\pi c / \omega_z$ – длина волны, которая соответствует средней по времени частоте переходов $|2\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ и $|3\rangle \leftrightarrow |1\rangle$). Для описания распространения ВУФ/рентгеновского излучения в рассматриваемой среде далее используется одномерное волновое уравнение:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} - \frac{\varepsilon_{\text{XUV}}}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2}, \tag{1.9}$$

в котором $\mathbf{E} = z_0 E_z + y_0 E_y$ – вектор резонансного высокочастотного поля в среде (несмотря на то, что излучение затравки (1.1) является z -поляризованным, y -поляризованная компонента высокочастотного поля возникает в среде вследствие спонтанного излучения на переходах $|4\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ и $|5\rangle \leftrightarrow |1\rangle$), \mathbf{P} – вектор резонансной поляризации (1.3), а $\varepsilon_{\text{XUV}} = 1 - 4\pi N_e e^2 / (m_e \omega_{\text{inc}}^2) \simeq 1$ – диэлектрическая проницаемость плазмы для ВУФ/рентгеновского излучения затравки. Уравнения (1.3)–(1.9) описывают преобразование резонансного поля (1.1) в активной водородоподобной среде плазменного рентгеновского лазера, которая дополнительно облучается модулирующим полем (1.2). Далее, вводится замена переменных $x, t \rightarrow x, \tau = t - x\sqrt{\varepsilon_{\text{XUV}}}/c$, и решения для электрического поля \mathbf{E} , резонансной поляризации \mathbf{P} и элементов матрицы плотности ρ_{ij} ищутся в приближениях медленно меняющихся амплитуд и вращающейся волны:

$$\begin{cases} \mathbf{E}(x, \tau) = \frac{1}{2} [\mathbf{z}_0 \tilde{E}_z(x, \tau) + \mathbf{y}_0 \tilde{E}_y(x, \tau)] e^{-i\omega_{\text{inc}}\tau} + \text{к.с.}, \\ \mathbf{P}(x, \tau) = \frac{1}{2} [\mathbf{z}_0 \tilde{P}_z(x, \tau) + \mathbf{y}_0 \tilde{P}_y(x, \tau)] e^{-i\omega_{\text{inc}}\tau} + \text{к.с.}, \end{cases} \quad (1.10)$$

$$\begin{cases} \rho_{i1}(x, \tau) = \tilde{\rho}_{i1}(x, \tau) e^{-i\omega_{\text{inc}}\tau}, \quad i = \{2, 3, 4, 5\}, \\ \rho_{ij}(x, \tau) = \tilde{\rho}_{ij}(x, \tau), \quad ij \neq \{21, 31, 41, 51\}, \end{cases} \quad (1.11)$$

где \tilde{E}_p , \tilde{P}_p ($p = z, y$) и $\tilde{\rho}_{ij}$ ($i, j = 1 \div 5$) – медленно меняющиеся функции пространства и времени, которые удовлетворяют условиям:

$$\begin{aligned} \frac{1}{|\tilde{E}_p|} \left| \frac{\partial \tilde{E}_p}{\partial x} \right|, \frac{1}{|\tilde{P}_p|} \left| \frac{\partial \tilde{P}_p}{\partial x} \right|, \frac{1}{|\tilde{\rho}_{ij}|} \left| \frac{\partial \tilde{\rho}_{ij}}{\partial x} \right| \ll \omega_{\text{inc}} \sqrt{\varepsilon_{\text{XUV}}}/c, \\ \frac{1}{|\tilde{E}_p|} \left| \frac{\partial \tilde{E}_p}{\partial \tau} \right|, \frac{1}{|\tilde{P}_p|} \left| \frac{\partial \tilde{P}_p}{\partial \tau} \right|, \frac{1}{|\tilde{\rho}_{ij}|} \left| \frac{\partial \tilde{\rho}_{ij}}{\partial \tau} \right| \ll \omega_{\text{inc}}. \end{aligned} \quad (1.12)$$

Тогда уравнения (1.9) и (1.4) принимают вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial x} &= i \frac{4\pi\omega_{\text{inc}} N_{\text{ion}} d_{\text{tr}}}{c\sqrt{\varepsilon_{\text{XUV}}}} (\tilde{\rho}_{21} - \tilde{\rho}_{31}), \\ \frac{\partial \tilde{E}_y}{\partial x} &= -\frac{4\pi\omega_{\text{inc}} N_{\text{ion}} d_{\text{tr}}}{c\sqrt{\varepsilon_{\text{XUV}}}} (\tilde{\rho}_{41} + \tilde{\rho}_{51}), \\ \frac{\partial \tilde{\rho}_{11}}{\partial \tau} - \gamma_{11} (\tilde{\rho}_{22} + \tilde{\rho}_{33} + \tilde{\rho}_{44} + \tilde{\rho}_{55}) &= i \frac{d_{\text{tr}}}{2\hbar} (\tilde{\rho}_{21} \tilde{E}_z^* - \tilde{\rho}_{21}^* \tilde{E}_z) - i \frac{d_{\text{tr}}}{2\hbar} (\tilde{\rho}_{31} \tilde{E}_z^* - \tilde{\rho}_{31}^* \tilde{E}_z) - \\ &\quad - \frac{d_{\text{tr}}}{2\hbar} (\tilde{\rho}_{41} \tilde{E}_y^* + \tilde{\rho}_{41}^* \tilde{E}_y) - \frac{d_{\text{tr}}}{2\hbar} (\tilde{\rho}_{51} \tilde{E}_y^* + \tilde{\rho}_{51}^* \tilde{E}_y), \\ \frac{\partial \tilde{\rho}_{22}}{\partial \tau} + \gamma_{22} \tilde{\rho}_{22} &= -i \frac{d_{\text{tr}}}{2\hbar} (\tilde{\rho}_{21} \tilde{E}_z^* - \tilde{\rho}_{21}^* \tilde{E}_z), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \tilde{\rho}_{33}}{\partial \tau} + \gamma_{33} \tilde{\rho}_{33} &= i \frac{d_{\text{tr}}}{2\hbar} (\tilde{\rho}_{31} \tilde{E}_z^* - \tilde{\rho}_{31}^* \tilde{E}_z), \\
\frac{\partial \tilde{\rho}_{44}}{\partial \tau} + \gamma_{44} \tilde{\rho}_{44} &= \frac{d_{\text{tr}}}{2\hbar} (\tilde{\rho}_{41} \tilde{E}_y^* + \tilde{\rho}_{41}^* \tilde{E}_y), \\
\frac{\partial \tilde{\rho}_{55}}{\partial \tau} + \gamma_{55} \tilde{\rho}_{55} &= \frac{d_{\text{tr}}}{2\hbar} (\tilde{\rho}_{51} \tilde{E}_y^* + \tilde{\rho}_{51}^* \tilde{E}_y), \\
\frac{\partial \tilde{\rho}_{21}}{\partial \tau} + [i(\omega_{21}(\tau, x) - \omega_{\text{inc}}) + \gamma_{21}] \tilde{\rho}_{21} &= i \frac{d_{\text{tr}}}{2\hbar} (\tilde{\rho}_{11} - \tilde{\rho}_{22}) \tilde{E}_z + i \frac{d_{\text{tr}}}{2\hbar} \tilde{\rho}_{32}^* \tilde{E}_z - \frac{d_{\text{tr}}}{2\hbar} \tilde{\rho}_{42}^* \tilde{E}_y - \frac{d_{\text{tr}}}{2\hbar} \tilde{\rho}_{52}^* \tilde{E}_y, \\
\frac{\partial \tilde{\rho}_{31}}{\partial \tau} + [i(\omega_{31}(\tau, x) - \omega_{\text{inc}}) + \gamma_{31}] \tilde{\rho}_{31} &= -i \frac{d_{\text{tr}}}{2\hbar} (\tilde{\rho}_{11} - \tilde{\rho}_{33}) \tilde{E}_z - i \frac{d_{\text{tr}}}{2\hbar} \tilde{\rho}_{32} \tilde{E}_z - \frac{d_{\text{tr}}}{2\hbar} \tilde{\rho}_{43}^* \tilde{E}_y - \frac{d_{\text{tr}}}{2\hbar} \tilde{\rho}_{53}^* \tilde{E}_y, \\
\frac{\partial \tilde{\rho}_{41}}{\partial \tau} + [i(\omega_{41}(\tau, x) - \omega_{\text{inc}}) + \gamma_{41}] \tilde{\rho}_{41} &= \frac{d_{\text{tr}}}{2\hbar} (\tilde{\rho}_{11} - \tilde{\rho}_{44}) \tilde{E}_y - i \frac{d_{\text{tr}}}{2\hbar} \tilde{\rho}_{42} \tilde{E}_z + i \frac{d_{\text{tr}}}{2\hbar} \tilde{\rho}_{43} \tilde{E}_z - \frac{d_{\text{tr}}}{2\hbar} \tilde{\rho}_{54}^* \tilde{E}_y, \\
\frac{\partial \tilde{\rho}_{51}}{\partial \tau} + [i(\omega_{51}(\tau, x) - \omega_{\text{inc}}) + \gamma_{51}] \tilde{\rho}_{51} &= \frac{d_{\text{tr}}}{2\hbar} (\tilde{\rho}_{11} - \tilde{\rho}_{55}) \tilde{E}_y - i \frac{d_{\text{tr}}}{2\hbar} \tilde{\rho}_{52} \tilde{E}_z + i \frac{d_{\text{tr}}}{2\hbar} \tilde{\rho}_{53} \tilde{E}_z - \frac{d_{\text{tr}}}{2\hbar} \tilde{\rho}_{54} \tilde{E}_y, \\
\frac{\partial \tilde{\rho}_{32}}{\partial \tau} + [i\omega_{32}(\tau, x) + \gamma_{32}] \tilde{\rho}_{32} &= -i \frac{d_{\text{tr}}}{2\hbar} \tilde{\rho}_{21}^* \tilde{E}_z - i \frac{d_{\text{tr}}}{2\hbar} \tilde{\rho}_{31} \tilde{E}_z^*, \\
\frac{\partial \tilde{\rho}_{42}}{\partial \tau} + [i\omega_{42}(\tau, x) + \gamma_{42}] \tilde{\rho}_{42} &= \frac{d_{\text{tr}}}{2\hbar} \tilde{\rho}_{21}^* \tilde{E}_y - i \frac{d_{\text{tr}}}{2\hbar} \tilde{\rho}_{41} \tilde{E}_z^*, \\
\frac{\partial \tilde{\rho}_{52}}{\partial \tau} + [i\omega_{52}(\tau, x) + \gamma_{52}] \tilde{\rho}_{52} &= \frac{d_{\text{tr}}}{2\hbar} \tilde{\rho}_{21}^* \tilde{E}_y - i \frac{d_{\text{tr}}}{2\hbar} \tilde{\rho}_{51} \tilde{E}_z^*, \\
\frac{\partial \tilde{\rho}_{43}}{\partial \tau} + [i\omega_{43}(\tau, x) + \gamma_{43}] \tilde{\rho}_{43} &= \frac{d_{\text{tr}}}{2\hbar} \tilde{\rho}_{31}^* \tilde{E}_y + i \frac{d_{\text{tr}}}{2\hbar} \tilde{\rho}_{41} \tilde{E}_z^*, \\
\frac{\partial \tilde{\rho}_{53}}{\partial \tau} + [i\omega_{53}(\tau, x) + \gamma_{53}] \tilde{\rho}_{53} &= \frac{d_{\text{tr}}}{2\hbar} \tilde{\rho}_{31}^* \tilde{E}_y + i \frac{d_{\text{tr}}}{2\hbar} \tilde{\rho}_{51} \tilde{E}_z^*, \\
\frac{\partial \tilde{\rho}_{54}}{\partial \tau} + [i\omega_{54}(\tau, x) + \gamma_{54}] \tilde{\rho}_{54} &= \frac{d_{\text{tr}}}{2\hbar} \tilde{\rho}_{41}^* \tilde{E}_y + \frac{d_{\text{tr}}}{2\hbar} \tilde{\rho}_{51} \tilde{E}_y^*,
\end{aligned} \tag{1.13}$$

где $\omega_{ij}(\tau, x) = \omega_i(\tau, x) - \omega_j(\tau, x)$, а $\omega_i(\tau, x)$ определяются выражениями (1.6). Для решения системы уравнений (1.13) необходимо определить (а) граничные условия для высокочастотного поля на входе активной среды и (б) начальные условия для элементов матрицы плотности.

Так как $\varepsilon_{\text{XUV}} \simeq 1$, то отражением падающего ВУФ/рентгеновского поля от передней и задней границ среды можно пренебречь. Тогда граничные условия для медленно меняющихся амплитуд поляризационных компонент высокочастотного поля запишутся как

$$\tilde{E}_z(x=0, \tau) = \tilde{E}_{\text{inc}}(\tau), \quad \tilde{E}_y(x=0, \tau) = 0. \tag{1.14}$$

По аналогии с работой [37] далее полагается, что в начальный момент времени $\tau=0$ ионы с одинаковой вероятностью находятся в возбуждённых состояниях $|2\rangle - |5\rangle$ из-за

воздействия бегущей волны лазерного поля накачки. Таким образом, начальные условия для населённостей состояний можно записать в виде:

$$\tilde{\rho}_{11}(x, \tau = 0) = \frac{1 - 4n_{\text{tr}}}{5}, \quad \tilde{\rho}_{ii}(x, \tau = 0) = \frac{1 + n_{\text{tr}}}{5} \quad \text{для } i = \{2, 3, 4, 5\}, \quad (1.15)$$

где n_{tr} – начальная разность населённостей на переходах $|i\rangle \leftrightarrow |1\rangle$, $i = \{2, 3, 4, 5\}$. Кроме того, для учёта спонтанного излучения на переходах $|i\rangle \leftrightarrow |1\rangle$, $i = \{2, 3, 4, 5\}$, далее используется метод, изложенный в работах [38-41]. В соответствии с (1.3) медленно меняющуюся амплитуду резонансной поляризации среды можно представить в виде:

$$\begin{cases} \tilde{P}_z(x, \tau = 0) = \tilde{P}_{21}(x, \tau = 0) + \tilde{P}_{31}(x, \tau = 0), \\ \tilde{P}_y(x, \tau = 0) = \tilde{P}_{41}(x, \tau = 0) + \tilde{P}_{51}(x, \tau = 0), \end{cases} \quad (1.16)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{P}_{i1}(x, \tau = 0) &= 2 \exp\{i\phi_i\} N_{\text{ion}} d_{\text{tr}} \tilde{\rho}_{i1}(x, \tau = 0), \\ \phi_2 &= 0, \quad \phi_3 = \pi, \quad \phi_4 = \phi_5 = \pi/2. \end{aligned} \quad (1.17)$$

Как показано в работах [38-41], начальные распределения резонансных поляризаций $\tilde{P}_{i1}(x, \tau = 0)$, возникающих на переходах $|i\rangle \leftrightarrow |1\rangle$, $i = \{2, 3, 4, 5\}$, являются случайными и статистически независимыми. В активной среде в виде вытянутого цилиндра с длиной L и радиусом $R \ll L$ каждое распределение $\tilde{P}_{i1}(x, \tau = 0)$ определяется следующим образом. Активная среда разбивается на последовательность тонких слоёв $x_{k-1} \leq x < x_k$ толщиной l_{elem} , где $x_k = kl_{\text{elem}}$, $k = 1, 2, \dots, k_{\text{max}}$, а l_{elem} удовлетворяет условиям

$$l_{\text{elem}} \leq \min_{i=2,3,4,5} \{l_{\text{crit}}^{(i)}\}, \quad \text{где } l_{\text{crit}}^{(i)} = \sqrt{\frac{8\pi c}{3\lambda_z^2 \Gamma_{\text{rad}} N_{\text{ion}} \rho_{ii}^{(0)}}}, \quad i = \{2, 3, 4, 5\}. \quad (1.18)$$

При этом величина l_{elem} должна быть много больше длины волны резонансного ВУФ/рентгеновского поля, $\lambda_z = 2\pi c/\omega_z$, и много меньше полной толщины активной среды: $\lambda_z \ll l_{\text{elem}} \ll L$. В каждом элементарном слое величина $\tilde{P}_{i1}(x, \tau = 0)$ определяется как

$$\tilde{P}_{i1}((k-1)l_{\text{elem}} \leq x < kl_{\text{elem}}, \tau = 0) = \frac{d_{\text{tr}} A_{i,k}}{\pi R^2 l_{\text{elem}}} \exp(i\varphi_{i,k}), \quad (1.19)$$

где амплитуды $A_{i,k}$ и фазы $\varphi_{i,k}$ являются случайными и статистически независимыми величинами. Случайные амплитуды $A_{i,k}$ подчиняются следующему распределению:

$$W(A_{i,k}^2) = \frac{1}{N_{ik}} \exp(-A_{i,k}^2/N_{ik}), \quad 0 \leq A_{i,k}^2 < \infty, \quad (1.20)$$

в котором $N_{i,k}$ – число частиц, которые в начальный момент времени находятся в возбуждённом состоянии $|i\rangle$ в элементарном слое под номером k . В рассматриваемом случае однородной активной среды величина $N_{i,k}$ не зависит от k и может быть записана как $N_{ik} = \tilde{\rho}_{ii}(\tau = 0) N_{\text{ion}} \pi R^2 l_{\text{elem}}$. В свою очередь, в каждом элементарном слое фазы $\varphi_{i,k}$ являются случайными величинами, равномерно распределёнными в интервале $[0; 2\pi)$ для каждой i и k :

$$W(\varphi_{i,k}) = 1/2\pi, \quad 0 \leq \varphi_{i,k} < 2\pi. \quad (1.21)$$

Наконец, комбинируя (1.17) и (1.19) можно записать выражения для начальных пространственных распределений квантовых когерентностей $\tilde{\rho}_{il}(x, \tau = 0)$, $i = \{2, 3, 4, 5\}$:

$$\tilde{\rho}_{il}(x_{k-1} \leq x < x_k, \tau = 0) = A_{i,k} \frac{\exp[i(\varphi_{i,k} + \phi_i)]}{2N_{\text{ion}} \pi R^2 l_{\text{elem}}}, \quad i = \{2, 3, 4, 5\}. \quad (1.22)$$

Начальные значения квантовых когерентностей на переходах между возбуждёнными состояниями равны нулю:

$$\tilde{\rho}_{ij}(x, \tau = 0) = 0, \quad i \neq j, \quad i, j \neq 1, \quad (1.23)$$

так как эти переходы являются дипольно-запрещёнными и (в электродипольном приближении) не приводят к генерации спонтанного излучения.

Стоит отметить, что приведённая модель учитывает все дипольно-разрешённые переходы между рассматриваемыми связанными состояниями водородоподобных ионов. В общем случае при взаимодействии высокочастотного излучения затравки со средой необходимо также учитывать уменьшение населённостей возбуждённых состояний активных ионов вследствие однофотонной ионизации высокочастотным полем, резонансным к переходу $n = 1 \leftrightarrow n = 2$. Однако вероятность соответствующих свободно-связанных переходов оказывается много меньше вероятностей рассматриваемых связанно-связанных переходов, так как квадраты модулей дипольных моментов свободно-связанных переходов в несколько десятков раз меньше квадратов модулей дипольных моментов рассматриваемых связанно-связанных переходов. К примеру, квадрат модуля дипольного момента однофотонных переходов из возбуждённых состояний $|2\rangle$ и $|3\rangle$ в состояния континуума примерно в 50 раз меньше квадрата модуля дипольного момента переходов из этих состояний в основное состояние $|1\rangle$, что позволяет пренебречь влиянием однофотонной ионизации при взаимодействии высокочастотного излучения затравки с модулированной активной плазмой.

Приведённая здесь система уравнений является трудной для непосредственного анализа особенностей распространения ВУФ/рентгеновского излучения в оптически модулированной

водородоподобной активной плазменной среде. Поэтому далее будет получено более простое аналитическое решение, следствия которого будут проверены путём численного решения системы уравнений (1.13) с граничными условиями (1.14) и начальными условиями (1.15), (1.22), (1.23).

1.2. Аналитическое выражение для резонансного излучения линейной поляризации на выходе из водородоподобной оптически модулированной активной среды

Для того чтобы получить аналитическое решение (подробный вывод впервые представлен в работе [A4]), необходимо сделать несколько дополнительных предположений. Пусть взаимодействие ВУФ/рентгеновского излучения с модулированной средой происходит в линейном режиме, и изменением разности населённостей на инвертированных переходах можно пренебречь. В этом случае z - и y -компоненты высокочастотного поля взаимодействуют с активной средой независимо друг от друга, а усиленное спонтанное излучение не влияет на характеристики усиливаемого поля затравки. Соответственно, при выводе аналитического решения для высокочастотного излучения z -поляризации можно исключить из рассмотрения переходы $|4\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ и $|5\rangle \leftrightarrow |1\rangle$. В результате система уравнений для медленно меняющихся амплитуд ВУФ/рентгеновского поля z -поляризации и квантовых когерентностей на переходах $|2\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ и $|3\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ примет вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial x} &= i \frac{4\pi\omega_{\text{inc}} N_{\text{ion}} d_{\text{tr}}}{c\sqrt{\varepsilon_{\text{XUV}}}} (\tilde{\rho}_{21} - \tilde{\rho}_{31}), \\ \frac{\partial \tilde{\rho}_{21}}{\partial \tau} + [i(\omega_z - \omega_{\text{inc}}) + \gamma_z - i\Delta_\Omega \cos(\Omega\tau + \Delta Kx + \vartheta)] \tilde{\rho}_{21} &= -i \frac{d_{\text{tr}} n_{\text{tr}}}{2\hbar} \tilde{E}_z, \\ \frac{\partial \tilde{\rho}_{31}}{\partial \tau} + [i(\omega_z - \omega_{\text{inc}}) + \gamma_z + i\Delta_\Omega \cos(\Omega\tau + \Delta Kx + \vartheta)] \tilde{\rho}_{31} &= i \frac{d_{\text{tr}} n_{\text{tr}}}{2\hbar} \tilde{E}_z, \end{aligned} \quad (1.24)$$

где $\omega_z = [3m_e e^4 Z^2 / (8\hbar^3)] (1 - 109F_0^2/64)$ – средняя по времени частота переходов $|2\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ и $|3\rangle \leftrightarrow |1\rangle$, $\Delta_\Omega = 3m_e e^4 Z^2 F_0 / (8\hbar^3)$ – амплитуда линейной штарковской модуляции переходов $|2\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ и $|3\rangle \leftrightarrow |1\rangle$, а $\Delta K = \Omega (\sqrt{\varepsilon_{\text{XUV}}}/c - n_{\text{pl}}/c)$ – разница между волновыми числами модулирующего поля в среде с диэлектрической проницаемостью ε_{XUV} и в плазме с показателем преломления n_{pl} , которая характеризует набег фазы при распространении в плазме между высокочастотным и модулирующим полями из-за плазменной дисперсии. При решении системы уравнений (1.24) предполагается, что излучение затравки является достаточно интенсивным, так что влиянием усиленного спонтанного излучения можно пренебречь. Тогда можно положить $\tilde{\rho}_{21}(x, \tau=0) = \tilde{\rho}_{31}(x, \tau=0) = 0$.

Далее, при поиске решения для медленно меняющейся амплитуды z -поляризованной компоненты высокочастотного поля, \tilde{E}_z , её удобно представить в виде разложения в интеграл Фурье:

$$\tilde{E}_z(x, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_\omega(x, \omega) e^{-i\omega\tau} d\omega, \quad (1.25)$$

где $S_\omega(x, \omega)$ – комплексная амплитуда спектральной компоненты поля на частоте ω на глубине среды x .

Далее, решение второго уравнения системы (1.24) можно искать в виде:

$$\tilde{\rho}_{21}(x, \tau) = \hat{\rho}_{21}(x, \tau) \exp\left[iP_\Omega \sin(\Omega\tau + \Delta Kx + \vartheta)\right], \quad (1.26)$$

где $P_\Omega = \Delta_\Omega/\Omega$ – индекс модуляции, который является отношением амплитуды изменения частоты переходов $|2\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ и $|3\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ вследствие линейного эффекта Штарка к частоте модулирующего поля, а функция $\hat{\rho}_{21}(x, \tau)$ удовлетворяет следующему уравнению:

$$\frac{\partial \hat{\rho}_{21}}{\partial \tau} + \left[i(\omega_z - \omega_{\text{inc}}) + \gamma_z \right] \hat{\rho}_{21} = -i \frac{d_{\text{tr}} n_{\text{tr}}}{2\hbar} \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(P_\Omega) e^{-ik(\Delta Kx + \vartheta)} \int_{-\infty}^{\infty} S_\omega(x, \omega - k\Omega) e^{-i\omega\tau} d\omega, \quad (1.27)$$

которое получено с учётом (1.25) и равенства $\exp\left[iP_\Omega \sin(\Omega t)\right] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(P_\Omega) \exp(ik\Omega t)$, где $J_k(x)$

– функция Бесселя первого рода порядка k . Далее, представляя функцию $\hat{\rho}_{21}(x, \tau)$ в виде

интеграла Фурье, $\hat{\rho}_{21}(x, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\rho}_{21}^{(\omega)}(x, \omega) e^{-i\omega\tau} d\omega$, можно получить алгебраическое уравнение

относительно спектральной амплитуды $\hat{\rho}_{21}^{(\omega)}(x, \omega)$ и затем решение для когерентности $\tilde{\rho}_{21}(x, \tau)$

в следующем виде:

$$\tilde{\rho}_{21}(x, \tau) = -i \frac{d_{\text{tr}} n_{\text{tr}}}{2\hbar} \sum_{m,k=-\infty}^{\infty} J_m(P_\Omega) J_k(P_\Omega) e^{i(m-k)(\Delta Kx + \vartheta)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S_\omega(x, \omega + (m-k)\Omega)}{\gamma_z + i(\delta\omega - \omega - m\Omega)} e^{-i\omega\tau} d\omega, \quad (1.28)$$

где $\delta\omega = \omega_z - \omega_{\text{inc}}$ – отстройка несущей частоты излучения затравки от средней по времени частоты переходов $|2\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ и $|3\rangle \leftrightarrow |1\rangle$.

Аналогичным образом можно получить решение третьего уравнения системы (1.24):

$$\tilde{\rho}_{31}(x, \tau) = i \frac{d_{\text{tr}} n_{\text{tr}}}{2\hbar} \sum_{m,k=-\infty}^{\infty} (-1)^{m-k} J_m(P_\Omega) J_k(P_\Omega) e^{i(m-k)(\Delta Kx + \vartheta)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S_\omega(x, \omega + (m-k)\Omega)}{\gamma_z + i(\delta\omega - \omega - m\Omega)} e^{-i\omega\tau} d\omega. \quad (1.29)$$

Подставляя (1.28) и (1.29) в первое уравнение системы (1.24) после некоторых преобразований можно получить следующее выражение для спектральной амплитуды ВУФ/рентгеновского поля:

$$S_{\omega}(x, \omega) = S_{\omega}(x=0, \omega) \exp \left[g_0 x \sum_{k=-\infty}^{\infty} G_k(\omega) \right] + \frac{g_0}{\Delta K} \sum_{\substack{p=-\infty \\ p \neq 0}}^{\infty} R_{2p}(\omega) e^{i2p\theta} \int_0^{\Delta K x} S_{\omega} \left(\frac{\Phi}{\Delta K}, \omega + 2p\Omega \right) \exp \left[\frac{g_0}{\Delta K} \sum_{k=-\infty}^{\infty} G_k(\omega) \cdot (\Delta K x - \Phi) + i2p\Phi \right] d\Phi, \quad (1.30)$$

где $g_0 = 4\pi\omega_{\text{inc}} d_{\text{tr}}^2 n_{\text{tr}} N_{\text{ion}} / (\hbar c \sqrt{\epsilon_{\text{XUV}}} \gamma_z)$ – коэффициент усиления активной среды по амплитуде резонансного поля в отсутствие модуляции, $\Phi = \Delta K x$, $S_{\omega}(x=0, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}_{\text{inc}}(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau$ – амплитудный спектр высокочастотного излучения затравки (1.1),

$$G_k(\omega) = \frac{J_k^2(P_{\Omega})}{1 - i(\omega - \delta\omega - k\Omega)/\gamma_z} \quad (1.31)$$

– k -й лоренцевый контур усиления, нормированный на коэффициент усиления среды в отсутствие модуляции, g_0 , отстоящий от средней частоты переходов $|2\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ и $|3\rangle \leftrightarrow |1\rangle$, ω_z , на $k\Omega$ и характеризующийся амплитудой $J_k^2(P_{\Omega})$, которая зависит как от номера k , так и от индекса модуляции P_{Ω} . Также в (1.30) частотно зависящий коэффициент $R_{2p}(\omega)$ определяется следующим выражением:

$$R_{2p}(\omega) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{J_m(P_{\Omega}) J_{2p+m}(P_{\Omega})}{1 - i(\omega - \delta\omega + (2p+m)\Omega)/\gamma_z}. \quad (1.32)$$

Из выражения (1.30) видно, что при достаточно большой концентрации свободных электронов в активной плазме, при которой выполняется неравенство

$$g_0/\Delta K \ll 1, \quad (1.33)$$

вторым слагаемым в (1.30) можно пренебречь. Тогда каждая спектральная составляющая падающего излучения затравки при распространении в модулированной активной среде будет усиливаться с коэффициентом усиления, который в частотной области определяется суммой лоренцевых контуров с различными центральными частотами (1.31), умноженной на невозмущённый коэффициент усиления среды g_0 . Другими словами, оптическая модуляция активной среды приводит к перераспределению усиления среды по комбинационным частотам, которые отстоят от частоты инвертированного перехода (с учётом квадратичного штарковского сдвига) на кратное число частот модулирующего поля. При этом результирующая ширина спектра усиления зависит от частоты модулирующего поля Ω и от индекса модуляции P_{Ω} и, с учётом свойств функций Бесселя, может быть оценена как $2P_{\Omega}\Omega$. Как показано в работе [33], если активная среда модулируется лазерным полем фундаментальной частоты, значительно превышающей ширину линии усиления активной среды, а в качестве падающего излучения затравки используется совокупность высоких гармоник фундаментальной частоты, которые

настроены в резонанс с индуцированными линиями усиления (1.31), то гармоники будут независимо друг от друга усиливаться с сохранением относительных фаз. Более того, если интенсивность лазерного поля выбрана так, что коэффициенты усиления гармоник разных порядков близки друг к другу, то в процессе усиления гармоник их относительные амплитуды будут также сохраняться. Таким образом, если на входе в среду совокупность высоких гармоник образует последовательность аттосекундных импульсов, то в процессе усиления их форма и длительность будет сохраняться.

Пусть теперь неравенство (1.33) не выполнено. Тогда, в соответствии с (1.30), на амплитуду спектральной составляющей на частоте ω будут влиять спектральные составляющие на частотах $\omega + 2p\Omega$ вследствие когерентного рассеяния. При этом амплитуда поля, возникающего вследствие когерентного рассеяния спектральной составляющей $\omega + 2p\Omega$ в спектральную составляющую ω (каждое слагаемое в сумме по p), определяется (а) безразмерным отношением $g_0/\Delta K$, (б) коэффициентом $R_{2p}(\omega)$ (см. (1.32)), который зависит от индекса модуляции P_Ω , и (в) суммой элементарных волн, возникающих в предшествующих слоях среды из-за когерентного рассеяния (интеграл по Φ). Кроме того, это поле характеризуется фазой, величина которой определяется (а) начальной фазой модулирующего поля ϑ , которая характеризует начальную задержку между излучением затравки и модулирующим полем на масштабе периода модулирующего поля, и (б) фазовым сдвигом ΔKx , возникающим из-за разности фазовых скоростей распространения модулирующего и высокочастотного полей в плазме.

Важно отметить, что когерентное рассеяние приводит не только к взаимному влиянию спектральных составляющих в пределах спектра падающего поля, но и к генерации новых спектральных составляющих, которых не было на входе в среду. К примеру, в работе [26] была показана принципиальная возможность формирования последовательности субфемто-/аттосекундных импульсов из квазимонохроматического излучения затравки, которая настроена в резонанс с нулевой ($k=0$ в (1.31)) индуцированной линией усиления, в оптически модулированной активной водородоподобной плазменной среде. В этом случае появление коротких импульсов обусловлено генерацией комбинационных частот, которые отстоят от частоты падающего поля на чётное число частот модулирующего.

Таким образом, в оптически модулированной активной плазме с водородоподобными ионами резонансное излучение затравки при распространении в среде испытывает усиление, причём спектр усиления оказывается гораздо шире спектра усиления немодулированной активной среды, а также формирует когерентно рассеянное поле как в пределах, так и вне спектра падающего поля.

Ниже будут рассмотрены две постановки задачи. Во-первых, будет подробно рассмотрена задача о преобразовании квазимонохроматического излучения затравки, которая настроена в резонанс с одной из индуцированных линий усиления, в последовательность аттосекундных импульсов посредством генерации интенсивных комбинационных спектральных компонент, находящихся в фазе с излучением усиливаемой затравки. При этом в отличие от [26] будут определены оптимальные (с точки зрения формы импульсов) условия такого преобразования. Во-вторых, будет рассмотрена задача об усилении совокупности высоких гармоник с учётом наличия когерентно рассеянного поля, которое, как будет показано ниже, может привести к увеличению эффективности усиления гармоник вследствие конструктивной интерференции поля усиливаемых гармоник с когерентно рассеянным полем.

1.3. Используемые параметры активной водородоподобной плазмы ионов Li^{2+} и модулирующего поля

Ниже в качестве активной среды рассматривается активная среда плазменного рентгеновского лазера на основе водородоподобных ионов Li^{2+} с длиной волны инвертированного перехода в окрестности 13,5 нм с радиусом плазменного канала $R = 2,5$ мкм и толщиной вплоть до 5 мм. Как показано в работе [35], такую активную среду можно создать в микрокапилляре, который высверлен в твёрдом образце LiF и выступает в качестве волновода для лазерного излучения. В микрокапилляр заводятся два импульса накачки, которые следуют друг за другом с контролируемой задержкой в сотни наносекунд, создают инверсию населённостей и предшествуют импульсам излучения резонансной затравки и модулирующего поля. Первый импульс накачки представляет собой наносекундный импульс ближнего ИК диапазона с характерной энергией 100 мДж. Он создаёт неплотную плазму в микрокапилляре благодаря абляции с его стенок. Второй импульс накачки представляет собой короткий импульс ультрафиолетового излучения с характерной длительностью в несколько сотен фемтосекунд и энергией 50 мДж; этот импульс приводит к полному удалению электронов из ионов плазмы. Далее в процессе рекомбинации электронов образуются водородоподобные ионы Li^{2+} в верхних возбуждённых состояниях, которые благодаря последующим излучательным и безызлучательным переходам оказываются в состоянии с $n = 2$. В результате на переходе $n = 1 \leftrightarrow n = 2$ ионов Li^{2+} достигается инверсия населённостей.

Далее предполагается, что концентрация ионов Li^{2+} составляет $N_{\text{ion}} = 1,5 \times 10^{17} \text{ см}^{-3}$, при этом их температура равняется 1 эВ, тогда как концентрация свободных электронов $N_e = 3 \times 10^{17} \text{ см}^{-3}$, а электронная температура равняется 2 эВ. Эти параметры плазмы использовались в работе [26] и являются близкими к тем, что были в эксперименте [35], в котором была показана возможность создания инверсии населённостей на переходе $n = 1 \leftrightarrow n = 2$ в плазме водородоподобных ионов Li^{2+} . В такой плазменной среде обратные скорости излучательной и столкновительной релаксаций составляют $\Gamma_{\text{rad}}^{-1} \approx 19,7 \text{ пс}$ и $\gamma_{\text{coll}}^{-1} \approx 425 \text{ фс}$ соответственно. Здесь скорость столкновительной релаксации оценивалась согласно [42] в квазистатическом приближении и определяется ион-ионными столкновениями (влиянием электрон-ионных столкновений при рассматриваемых параметрах плазмы можно пренебречь). Также аналогично работе [26] далее предполагается, что в начальный момент времени (до прихода резонансной затравки) все ионы Li^{2+} с одинаковой вероятностью возбуждены в одно из состояний $|2\rangle$, $|3\rangle$, $|4\rangle$ и $|5\rangle$, в то время как основное состояние $|1\rangle$

является незаселённым. Последнее предположение оправдано тем, что инверсия населённостей в такой плазме достигается в процессе рекомбинации электронов с полностью ионизованными атомами Li. В этом случае начальное значение разности населённостей между каждым возбуждённым состоянием и основным состоянием составляет 0,25, $n_{tr} = 0,25$.

Кроме того, далее будет рассматриваться максимально допустимая интенсивность модулирующего поля, при которой за время установления поляризационного отклика среды ионизация из возбуждённых состояний ионов Li^{2+} не приводит к значительному уменьшению инверсии населённостей среды: $I_M = cE_M^2/(8\pi) = 4 \times 10^{14}$ Вт/см². Стоит отметить, что так как $P_\Omega \sim E_L \Lambda$, где $\Lambda = 2\pi c/\Omega$ – длина волны модулирующего поля, то при фиксированном значении индекса модуляции максимизация интенсивности модулирующего поля позволяет минимизировать его длину волны Λ . В свою очередь уменьшение Λ ослабляет плазменную дисперсию для модулирующего поля и, как следствие, увеличивает отношение $g_0/\Delta K$, определяющее эффективность когерентного рассеяния спектральных составляющих резонансного поля. Для рассматриваемой интенсивности модулирующего поля обратная скорость туннельной ионизации из состояний $|2\rangle$ и $|3\rangle$ равняется $(w_{ion}^{(2,3)})^{-1} = 3,3$ пс, $w_{ion}^{(2,3)} \ll \gamma_{coll}$. При этом с учётом всех релаксационных процессов характерное время жизни когерентности на переходах $|2\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ и $|3\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ составляет $\gamma_z^{-1} \approx 395$ фс.

1.4. Формирование аттосекундных импульсов из квазимонохроматического резонансного излучения в модулированной активной среде плазменного рентгеновского лазера на основе ионов Li^{2+}

Пусть на входе в оптически модулированную активную плазменную среду имеется квазимонохроматическое излучение затравки, которое находится в резонансе с одной из индуцированных линий усиления. Такая постановка задачи рассмотрена в работах [A1, A3]. В качестве такой затравки может выступать как излучение отдельной высокой гармоники, так и пикосекундный импульс немодулированного рентгеновского лазера, который, в характерных для эксперимента условиях, обладает существенно большей энергией, чем излучение отдельной гармоники высокого порядка. Таким образом, решение этой задачи откроет возможность получения последовательности аттосекундных импульсов с энергией импульсов плазменных рентгеновских лазеров, что позволит расширить применение таких источников для исследования временной динамики сверхбыстрых электронных процессов, протекающих в веществе на субфемто-/аттосекундных временных масштабах.

В силу того, что согласно решению (1.30) когерентное рассеяние спектральных компонент происходит через чётное число частот модулирующего поля, $2p\Omega$, а частотный интервал между соседними линиями усиления равняется частоте модулирующего поля Ω , ниже предполагается, что квазимонохроматическое излучение затравки резонансно к одной из индуцированных линий усиления с чётным номером $k = 2k_{\text{inc}}$ (см. (1.31)):

$$\omega_{\text{inc}} = \omega_z + 2k_{\text{inc}}\Omega. \quad (1.34)$$

Случай резонанса с линией усиления с нечётным номером k является аналогичным с точностью до замены порядков функций Бесселя с чётных на нечётные.

Для того чтобы преобразовать резонансное квазимонохроматическое излучение затравки в последовательность аттосекундных импульсов, необходимо (а) сформировать широкий спектр на выходе из модулированной активной среды за счёт генерации интенсивных комбинационных спектральных компонент и (б) синхронизовать сгенерированные спектральные компоненты с усиливаемым излучением затравки. Согласно (1.30) для этого необходимо при фиксированном значении k_{inc} (см. (1.34)) оптимальным образом подобрать комбинацию параметров P_Ω , ΔKx и ϑ . С этой целью далее, во-первых, на основе аналитического решения будут проанализированы основные закономерности генерации комбинационных спектральных компонент при когерентном рассеянии резонансной квазимонохроматической затравки. Во-вторых, на основе численного решения системы уравнений (1.13) будет проведён

поиск оптимальных условий формирования аттосекундных импульсов. Стоит отметить, что использование аналитического решения (1.30) для анализа особенностей генерации комбинационных спектральных компонент возможно, однако приводит к довольно громоздким выражениям для амплитуд сгенерированных спектральных компонент. Поэтому ниже будет получено более простое аналитическое решение, при выводе которого используются дополнительные приближения, и которое справедливо для излучения затравки с медленно меняющейся амплитудой вида

$$\tilde{E}_{\text{inc}}(\tau) = E_0 \theta(\tau), \quad (1.35)$$

где E_0 – амплитуда излучения затравки, $\theta(\tau)$ – функция Хевисайда. Применимость полученного далее аналитического решения будет показана путём сопоставления с результатами численного решения системы уравнений (1.13), в котором медленно меняющаяся амплитуда резонансного поля на входе в среду имеет временной профиль в виде прямоугольного импульса с полной длительностью Δt_{flat} и с плавным включением и выключением в течение времени Δt_{sw} :

$$\tilde{E}_{\text{inc}}(\tau) = E_0 \times \begin{cases} \sin^2\left(\frac{\pi}{2} \frac{\tau}{\Delta t_{\text{sw}}}\right), & 0 \leq \tau < \Delta t_{\text{sw}}, \\ 1, & \Delta t_{\text{sw}} \leq \tau < \Delta t_{\text{flat}} + \Delta t_{\text{sw}}, \\ \cos^2\left(\frac{\pi}{2} \frac{\tau - (\Delta t_{\text{flat}} + \Delta t_{\text{sw}})}{\Delta t_{\text{sw}}}\right), & \Delta t_{\text{flat}} + \Delta t_{\text{sw}} \leq \tau < \Delta t_{\text{flat}} + 2\Delta t_{\text{sw}}, \\ 0, & \tau \geq \Delta t_{\text{flat}} + 2\Delta t_{\text{sw}}, \end{cases} \quad (1.36)$$

где $1,5 \text{ пс} \leq \Delta t_{\text{flat}} \leq 3 \text{ пс}$, а $\Delta t_{\text{sw}} = 15 \text{ фс}$, что много больше характерного периода резонансного поля, $2\pi/\omega_z = 45 \text{ ас}$.

Далее будут последовательно рассмотрены следующие случаи: (а) резонанс квазимонохроматического излучения затравки с центральной индуцированной линией усиления с номером $k_{\text{inc}} = 0$, аналогично работе [26], и (б) резонанс с одной из боковых линий усиления с чётным номером $2k_{\text{inc}}$.

1.4.1. Резонанс с центральной индуцированной линией усиления: аналитическое решение

Итак, пусть падающее z -поляризованное излучение затравки находится в резонансе с индуцированной линией усиления с номером $k_{\text{inc}} = 0$, а медленно меняющаяся амплитуда электрического поля излучения затравки определяется равенством (1.35). В дальнейшем при выводе аналитического решения по аналогии с разделом 1.3 предполагается, что взаимодействие резонансного излучения с модулированной активной средой происходит в линейном режиме, а его интенсивность на входе достаточно велика, так что влиянием усиленного спонтанного излучения можно пренебречь. Как показывает сопоставление аналитического решения с представленными далее результатами численных расчётов на основе системы уравнений (1.13), эти приближения совместимы друг с другом.

Так как когерентное рассеяние резонансного поля в модулированной среде приводит к генерации новых спектральных компонент, отстоящих от частоты падающего поля на чётное число частот модулирующего поля, то решение для медленно меняющейся амплитуды z -поляризованного резонансного поля в среде можно искать в виде:

$$\tilde{E}_z(x, \tau) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \tilde{E}_l(x, \tau) e^{-i2l\Omega\tau}, \quad (1.37)$$

где также предполагается, что амплитуды $\tilde{E}_l(x, \tau)$ являются медленными функциями координаты и времени. Кроме того, пусть амплитуда центральной спектральной компоненты с $l = 0$ в (1.37) в любой момент времени τ и на любой глубине среды x существенно больше амплитуд генерируемых компонент:

$$|\tilde{E}_0(x, \tau)| \gg |\tilde{E}_l(x, \tau)| \quad (\forall l, x, \tau). \quad (1.38)$$

Ниже из сравнения аналитического решения с результатами численных расчётов будет видно, что данное приближение достаточно неплохо работает в случае активной водородоподобной плазмы ионов Li^{2+} , на входе которой имеется квазимонохроматическое резонансное излучение затравки. Таким образом, с учётом сделанных приближений эволюция z -поляризованного резонансного поля при его распространении в среде описывается системой уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial x} = i \frac{4\pi\omega_{\text{inc}} N d_{\text{tr}}}{c \sqrt{\epsilon_{\text{XUV}}}} (\tilde{\rho}_{21} - \tilde{\rho}_{31}), \\ \frac{\partial \tilde{\rho}_{21}}{\partial \tau} + [\gamma_z - i\Delta_{\Omega} \cos(\Omega\tau + \Delta Kx + \vartheta)] \tilde{\rho}_{21} = -i \frac{d_{\text{tr}} n_{\text{tr}}}{2\hbar} \tilde{E}_0(x, \tau), \\ \frac{\partial \tilde{\rho}_{31}}{\partial \tau} + [\gamma_z + i\Delta_{\Omega} \cos(\Omega\tau + \Delta Kx + \vartheta)] \tilde{\rho}_{31} = i \frac{d_{\text{tr}} n_{\text{tr}}}{2\hbar} \tilde{E}_0(x, \tau). \end{cases} \quad (1.39)$$

Решение второго уравнения системы (1.39) удобно искать в виде:

$$\tilde{\rho}_{21}(x, \tau) = \hat{\rho}_{21}(x, \tau) \exp[-\gamma_z \tau + iP_\Omega \sin(\Omega\tau + \Delta Kx + \vartheta)], \quad (1.40)$$

где функция $\hat{\rho}_{21}(x, \tau)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial \hat{\rho}_{21}}{\partial \tau} = -i \frac{d_{\text{tr}} n_{\text{tr}}}{2\hbar} \tilde{E}_0(x, \tau) \exp[\gamma_z \tau - iP_\Omega \sin(\Omega\tau + \Delta Kx + \vartheta)]. \quad (1.41)$$

Используя равенство $\exp[iP_\Omega \sin(x)] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(P_\Omega) \exp(imx)$, решение уравнения (1.41) можно

записать в виде:

$$\hat{\rho}_{21} = -i \frac{d_{\text{tr}} n_{\text{tr}}}{2\hbar} \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(P_\Omega) e^{-im\vartheta} \exp(-im\Delta Kx) \int_0^\tau \tilde{E}_0(x, \tau') e^{(\gamma_z - im\Omega)\tau'} d\tau', \quad (1.42)$$

где учитывается, что $\tilde{\rho}_{21}(x, \tau=0) = 0$. Интеграл по времени, входящий в (1.42), можно приближённо оценить следующим образом:

$$\begin{aligned} \int_0^\tau \tilde{E}_0(x, \tau') e^{(\gamma_z - im\Omega)\tau'} d\tau' &= \left\| \frac{\Delta\tau' = \tau - \tau'}{d\Delta\tau' = d\tau'} \right\| = e^{(\gamma_z - im\Omega)\tau} \int_0^\tau \tilde{E}_0(x, \tau - \Delta\tau') e^{-(\gamma_z - im\Omega)\Delta\tau'} d\Delta\tau' \approx \\ &\approx e^{(\gamma_z - im\Omega)\tau} \tilde{E}_0(x, \tau) \int_0^\tau e^{-(\gamma_z - im\Omega)\Delta\tau'} d\Delta\tau' = \tilde{E}_0(x, \tau) \frac{e^{(\gamma_z - im\Omega)\tau} - 1}{\gamma_z - im\Omega}. \end{aligned} \quad (1.43)$$

Формально, используемое здесь приближение подразумевает, что амплитуда резонансной спектральной компоненты на частоте падающего поля, $\tilde{E}_0(x, \tau)$, является медленной функцией времени на масштабе времени $\sim \gamma_z^{-1}$. Однако, как будет видно из полученного аналитического решения, для падающего поля с медленно меняющейся амплитудой (1.35) и для моментов времени $\tau \geq \gamma_z^{-1}$, выражение (1.43) является хорошим приближением для интеграла по времени, так как $\tilde{E}_0(x, \tau)$ стремится к постоянному значению при $\tau \rightarrow \infty$. Более того, начальные моменты времени, $\Delta\tau' \approx 0$, дают наибольший вклад в интеграл (1.43) из-за весовой функции $\exp(-\gamma_z \Delta\tau')$.

Таким образом, подставляя (1.42) и (1.43) в (1.40), можно получить выражение для $\tilde{\rho}_{21}(x, \tau)$ в виде:

$$\tilde{\rho}_{21} = -i \frac{d_{\text{tr}} n_{\text{tr}}}{2\hbar} \tilde{E}_0(x, \tau) \sum_{m,k=-\infty}^{\infty} J_m(P_\Omega) J_k(P_\Omega) e^{-i(m-k)\vartheta} \exp[-i(m-k)\Delta Kx] \frac{e^{-i(m-k)\Omega\tau} - e^{ik\Omega\tau - \gamma_z\tau}}{\gamma_z - im\Omega}. \quad (1.44)$$

Решение для $\tilde{\rho}_{31}(x, \tau)$ находится аналогичным образом. В результате, выражение для разности $\tilde{\rho}_{21} - \tilde{\rho}_{31}$, входящей в правую часть первого уравнения системы (1.39), принимает вид:

$$\tilde{\rho}_{21} - \tilde{\rho}_{31} = -i \frac{d_{tr} n_{tr}}{2\hbar} \tilde{E}_0(x, \tau) \sum_{m,k=-\infty}^{\infty} \left\{ 1 + (-1)^{m-k} \right\} J_m(P_\Omega) J_k(P_\Omega) e^{-i(m-k)g} \times \frac{e^{-i(m-k)\Omega\tau} - e^{ik\Omega\tau - \gamma_z\tau}}{\gamma_z - im\Omega} \exp[-i(m-k)\Delta Kx]. \quad (1.45)$$

Далее следует учесть, что частота модулирующего поля намного больше ширины линии резонансного перехода, $\Omega/\gamma_z \gg 1$, так что для $J_0(P_\Omega) \neq 0$ вклад слагаемых с $m=0$ в (1.45) является наибольшим. Таким образом, изменение медленно меняющейся амплитуды z -поляризованного резонансного поля описывается уравнением

$$\frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial x} = g_0 \tilde{E}_0(x, \tau) (1 - e^{-\gamma_z\tau}) J_0(P_\Omega) \sum_{l=-\infty}^{\infty} J_{2l}(P_\Omega) e^{-i2l g} \exp(-i2l\Delta Kx) e^{-i2l\Omega\tau}. \quad (1.46)$$

Подставляя в левую часть (1.46) выражение (1.37) и приравнивая друг к другу слагаемые с одинаковыми $\exp(-i2l\Omega\tau)$, а также учитывая граничное условие (1.35), можно получить следующие выражения для спектральных амплитуд z -поляризованного резонансного поля:

$$\tilde{E}_0(x, \tau) = E_0 \theta(\tau) \exp[g(P_\Omega, \tau)x], \quad (1.47)$$

$$\tilde{E}_l(x, \tau) = E_0 \theta(\tau) e^{-2l g} \frac{J_{2l}(P_\Omega)}{J_0(P_\Omega)} g(P_\Omega, \tau) \frac{\exp[(g(P_\Omega, \tau) - i2l\Delta K)x] - 1}{g(P_\Omega, \tau) - i2l\Delta K}, l \neq 0, \quad (1.48)$$

$$g(P_\Omega, \tau) = g_0 J_0^2(P_\Omega) (1 - e^{-\gamma_z\tau}). \quad (1.49)$$

Согласно (1.47) падающее квазимонохроматическое поле, резонансное к 0-й (центральной) индуцированной линии усиления, при распространении в среде усиливается с эффективным коэффициентом усиления $g(P_\Omega, \tau)$ (см. (1.49)). При этом зависимость эффективного коэффициента усиления от индекса модуляции оказывается такой же, как и в более общем аналитическом решении (1.30) для спектральной компоненты, резонансной к линии усиления с номером $k=0$. Однако в полученном здесь решении коэффициент усиления также зависит и от времени вследствие конечного времени отклика резонансной поляризации активной среды, пропорционального γ_z^{-1} . В более общем аналитическом решении этому соответствует лоренцева форма индуцированных линий усиления с полушириной γ_z . В результате на малых временах, таких что $\tau \ll \gamma_z^{-1}$, величина эффективного коэффициента усиления стремится к нулю, и квазимонохроматическое затравочное излучение практически не усиливается. Помимо усиления центральной компоненты спектра при распространении затравочного излучения в среде генерируются комбинационные спектральные компоненты с амплитудами (1.48) вследствие когерентного рассеяния 0-й спектральной компоненты (1.47) на ионах, частоты резонансных переходов которых изменяются во времени и пространстве. При

этом их амплитуды существенным образом зависят от дисперсии плазмы на частоте модулирующего поля и от эффективности усиления резонансного излучения затравки. Важно отметить, что согласно полученному аналитическому решению изменение начальной фазы модулирующего поля приводит лишь к дополнительному сдвигу фаз спектральных компонент, линейно зависящему от номера спектральной компоненты l . Во временной области этому соответствует смещение временной зависимости интенсивности результирующего поля спектральных компонент на масштабе полупериода модулирующего поля. Поэтому далее можно положить $\vartheta = 0$. Также стоит отметить, что согласно (1.48) приближение (1.38) выполняется, если $g(P_\Omega, \tau)/\Delta K \ll 1$.

На рисунке 1.1 приведены пространственные зависимости амплитуд 0-й, ± 1 -й и ± 2 -й спектральных компонент усиливаемого поля, полученные на основе аналитического решения (1.47), (1.48), (1.49) при рассматриваемых параметрах активной среды и модулирующего поля для различных моментов времени: а) $\gamma_z \tau = 0,01$, б) $\gamma_z \tau = 0,2$, в) $\gamma_z \tau = 3$. При этом величина индекса модуляции во всех случаях одинаковая и составляет $P_\Omega = 3,3$, что соответствует длине волны модулирующего поля $\Lambda = 2\pi c/\Omega \approx 1400$ нм при интенсивности $I_M = 4 \times 10^{14}$ Вт/см². Для таких параметров модулирующего поля $g_0/\Delta K = 13,8$.

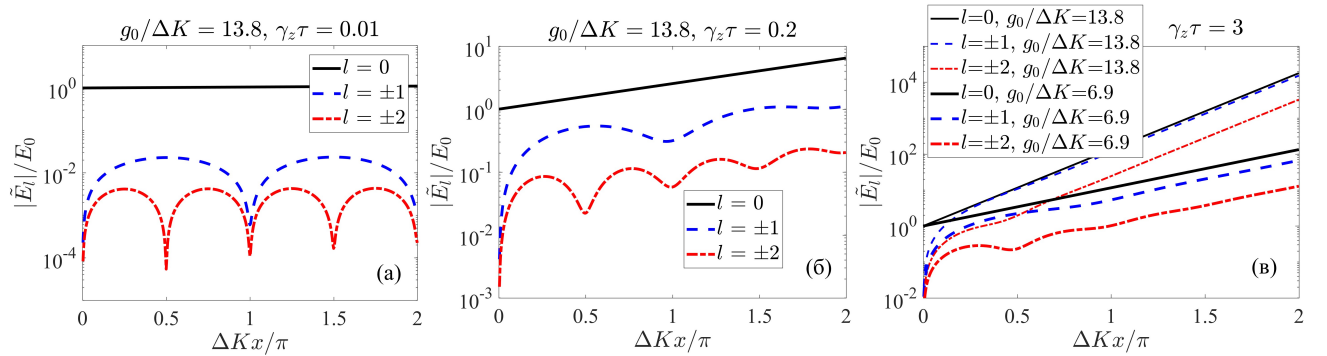


Рис. 1.1 (а) Пространственные зависимости амплитуд 0-й (чёрная сплошная линия), ± 1 -й (синяя штриховая линия) и ± 2 -й (красная штрих-пунктирная линия) спектральных компонент резонансного поля, построенные согласно аналитическому решению (1.47), (1.48), (1.49) при $g_0/\Delta K = 13,8$, $P_\Omega = 3,3$ и $\gamma_z \tau = 0,01$. (б) То же, что и на рисунке (а), но при $\gamma_z \tau = 0,2$. (в) То же, что и на рисунках (а,б), но при $\gamma_z \tau = 3$, при этом тонкие линии соответствуют $g_0/\Delta K = 13,8$, а толстые линии – $g_0/\Delta K = 6,9$.

Из выражения (1.49) видно, что для начальных моментов времени, $\tau \ll \gamma^{-1}$, эффективный коэффициент усиления мал, так что выполняется условие

$$g(P_\Omega, \tau) \ll |l|\Delta K, \quad (1.50)$$

справедливое для произвольного l . Условие (1.50) может быть также выполнено, если выполняется одно из следующих утверждений: (а) невозмущённый коэффициент усиления, g_0 , мал, (б) номер генерируемой спектральной компоненты большой, $|l| \gg 1$, (в) индекс модуляции удовлетворяет условию $J_0(P_\Omega) \approx 0$. При выполнении условия (1.50) выражение для амплитуды l -й спектральной компоненты принимает вид:

$$\tilde{E}_l(x, \tau) = E_0 \theta(\tau) \frac{J_{2l}(P_\Omega)}{J_0(P_\Omega)} \frac{g(P_\Omega, \tau)}{l\Delta K} \sin(l\Delta Kx) \exp(-il\Delta Kx). \quad (1.51)$$

Согласно выражению (1.51) в случае слабого усиления резонансного поля или сильной дисперсии плазмы на частоте модулирующего поля амплитуды генерируемых спектральных компонент малы по сравнению с амплитудой центральной (на частоте падающего поля) спектральной компоненты. Кроме того, амплитуда каждой комбинационной спектральной компоненты уменьшается с увеличением её номера $\sim 1/|l|$ и осциллирует в пространстве, достигая своего максимума на так называемой длине когерентности $L_{\text{coh}}^{(l)} = \pi/(2\Delta K|l|)$, которая обратно пропорциональна номеру комбинационной спектральной компоненты и может быть записана в виде

$$L_{\text{coh}}^{(l)} = \frac{\Lambda}{4|l|(\sqrt{\varepsilon_{\text{XUV}}} - n_{\text{pl}})}. \quad (1.52)$$

Осцилляторное поведение пространственной зависимости амплитуд комбинационных спектральных компонент, а также их уменьшение с увеличением номера l являются следствием интерференции вкладов элементарных волн на комбинационных частотах (когерентно рассеянные поля), генерируемых в предшествующих слоях среды. В соответствии с выражениями (1.6) под действием модулирующего поля энергии резонансных состояний ионов и соответствующие частоты переходов изменяются во времени и пространстве вслед за волной модуляции, которая распространяется через среду с фазовой скоростью модулирующего поля, c/n_{pl} . Комбинационные спектральные компоненты возникают вследствие когерентного рассеяния резонансной спектральной компоненты падающего поля на волне модуляции. Однако из-за того, что фазовая скорость волны модуляции отличается от фазовой скорости резонансного поля, равной $c/\sqrt{\varepsilon_{\text{XUV}}}$, в каждом тонком слое среды на глубине x комбинационные спектральные компоненты генерируются с фазовым сдвигом $2l\Delta Kx$ относительно резонансной спектральной компоненты. В результате на глубине среды, равной длине когерентности $L_{\text{coh}}^{(l)}$, конструктивная интерференция элементарных волн,

сгенерированных в предшествующих слоях среды, приводит к генерации поля на комбинационной частоте с номером l с максимальной амплитудой, в то время как на удвоенной длине когерентности деструктивная интерференция элементарных волн уменьшает его амплитуду до минимального значения. Если усиление центральной спектральной компоненты на длине когерентности оказывается незначительным, что и подразумевает условие (1.50), то на глубине среды, соответствующей чётному числу длин когерентности, амплитуда комбинационной спектральной компоненты будет близка к нулю (см. рисунок 1.1(а)). Однако, как только усиление становится заметным, вклады в амплитуду l -й спектральной компоненты от элементарных слоёв, расположенных на нечётных и чётных длинах когерентности, не компенсируют друг друга, вследствие чего осцилляции в пространственной зависимости амплитуды l -й спектральной компоненты становятся менее выраженными и сопровождаются экспоненциальным ростом (см. рисунок 1.1(б)).

На больших временах ($\gamma_z \tau \gg 1$) резонансное поле на выходе из среды описывается установившимся решением, которое имеет вид (1.47), (1.48) с точностью до замены эффективного коэффициента усиления:

$$g(P_\Omega, \tau) \rightarrow g_{st}(P_\Omega) = g_0 J_0^2(P_\Omega). \quad (1.53)$$

Этот случай представлен на рисунке 1.1(в), на котором тонкие линии соответствуют значениям параметров как на рисунках 1.1(а,б), а более толстые линии соответствуют в два раза меньшему коэффициенту усиления, так что $g_0/\Delta K = 6,9$. Видно, что в случае $g_0/\Delta K = 13,8$ нарушается условие применимости аналитического решения (1.38), так как амплитуды ± 1 -х спектральных компонент становятся близкими к амплитуде 0-й спектральной компоненты. В тоже время, при $g_0/\Delta K = 6,9$ амплитуды ± 1 -х спектральных компонент примерно в два раза меньше амплитуды 0-й спектральной компоненты, так что решение (1.47), (1.48) и (1.53) качественно остаётся справедливым. В установившемся режиме, когда $\tau \gg \gamma_z^{-1}$, относительные амплитуды спектральных компонент достигают максимальных значений, а пространственные осцилляции их амплитуд оказываются полностью подавленными из-за большого усиления резонансного поля. Стоит отметить, что в соответствии с определением эффективного коэффициента усиления (1.49) для более слабого усиления (меньшего g_0) или более сильной плазменной дисперсии (большого ΔK) в установившемся решении пространственные зависимости амплитуд спектральных компонент оказываются такими же как и в решении (1.47), (1.48) на малых временах τ . К примеру, рисунок 1.1(б) может быть построен на основе установившегося решения ($\tau \gg \gamma_z^{-1}$) при $g_0/\Delta K = 2,5$.

Таким образом, из аналитического решения (1.47), (1.48) и (1.49) можно сделать следующие выводы. Во-первых, эффективность генерации комбинационных спектральных компонент можно увеличить путём увеличения коэффициента усиления активной среды и/или ослабления дисперсии плазмы для модулирующего поля. Во-вторых, в области применимости аналитического решения, определяемой условием (1.38), только ± 1 -е спектральные компоненты могут иметь заметные амплитуды на фоне резонансной (0-й) спектральной компоненты. В-третьих, эти (0-я и ± 1 -е) комбинационные спектральные компоненты оказываются фазово-согласованными, а их фазы — выстроенными вдоль одной линии, так как согласно (1.47), (1.48) медленно меняющаяся амплитуда 0-й компоненты является действительной величиной (если E_0 — действительное число), а медленно меняющиеся амплитуды ± 1 -х компонент являются комплексно сопряжёнными друг к другу. В результате, если усиление среды оказывается достаточно сильным, а индекс модуляции выбран так, что амплитуды ± 1 -х компонент достаточно велики, то резонансное поле на выходе из среды будет представлять собой последовательность аттосекундных импульсов. Стоит отметить, что в области применимости аналитического решения формируемые импульсы характеризуются (а) относительно узкой шириной спектра, состоящего только из трёх спектральных компонент, и (б) доминированием 0-й спектральной компоненты над боковыми частотами, что ухудшает форму и скважность импульсов. Однако, так как в случае достаточно большого коэффициента усиления условие (1.38) оказывается нарушенным, и аналитическое решение (1.47), (1.48) и (1.49) становится неприменимым, более точное представление о свойствах формируемых аттосекундных импульсов даст исследование численного решения системы уравнений (1.13), представленное в следующем разделе.

1.4.2. Резонанс с центральной индуцированной линией усиления: результаты численной оптимизации

В данном разделе рассматриваются оптимальные условия формирования аттосекундных импульсов из квазимонохроматического ВУФ излучения затравки в оптически модулированной активной среде водородоподобных ионов Li^{2+} на основе численного решения системы уравнений (1.13), в которой, в отличие от аналитического решения, учитываются (а) перераспределение спектральных компонент друг в друга, (б) нелинейное взаимодействие среды и резонансного поля (в частности, уменьшение инверсии населённости на резонансных переходах), (в) генерация усиленного спонтанного излучения у-поляризации. Для непосредственного сопоставления результатов расчётов с предсказаниями аналитического решения предполагается, что импульс излучения затравки имеет прямоугольную форму с плавным включением и выключением (см. (1.36) и текст ниже).

Как было показано выше, в активной среде с достаточно большим коэффициентом усиления z-поляризованное резонансное ВУФ/рентгеновское излучение может быть преобразовано в последовательность аттосекундных импульсов. Для того, чтобы найти оптимальные условия их формирования, удобно следить за величиной контраста импульсов, C , которая определяется как разность между максимальным и минимальным значениями интенсивности z-поляризованного ВУФ поля на полупериоде модулирующего поля, нормированная на среднее значение интенсивности в том же временном окне:

$$C(x, \tau, P_\Omega) = (\max \{I_z(x, \tau, P_\Omega)\} - \min \{I_z(x, \tau, P_\Omega)\}) / \text{mean} \{I_z(x, \tau, P_\Omega)\}, \quad (1.54)$$

где $I_z = (c/8\pi) |\tilde{E}_z(x, \tau)|^2$, а максимальное, минимальное и среднее значения интенсивности вычисляются на временном интервале $\tau - \pi/(2\Omega) \leq \tau' < \tau + \pi/(2\Omega)$. Чем выше контраст, тем короче формируемые импульсы и лучше их форма.

На рисунке 1.2(a) представлена зависимость контраста импульсов, формируемых в максимуме огибающей соответствующей импульсной последовательности (т.е. разным толщинам x соответствуют разные значения τ), от индекса модуляции, P_Ω , и толщины среды, x . Контраст импульсов достигает своего максимального значения, $C \approx 3,5$, в двух областях: (а) $0,9 \text{ мм} \leq x \leq 1,4 \text{ мм}$, $2,1 \leq P_\Omega \leq 2,3$ (которые соответствуют $0,23\pi \leq \Delta Kx \leq 0,36\pi$) и (б) $2,3 \text{ мм} \leq x \leq 3,3 \text{ мм}$, $3,2 \leq P_\Omega \leq 3,4$ (которые соответствуют $0,87\pi \leq \Delta Kx \leq 1,25\pi$). Стоит ещё раз отметить, что интенсивность модулирующего поля предполагается зафиксированной и равной $I_M = 4 \times 10^{14} \text{ Вт/см}^2$. Таким образом, на рисунке 1.2 величина индекса модуляции изменяется благодаря изменению частоты модулирующего поля, Ω , что также приводит к изменению

фазовой скорости модулирующего поля и, как следствие, к изменению фазой задержки ΔKx , возникающей из-за разности фазовых скоростей модулирующего и резонансного полей вследствие плазменной дисперсии. Другими словами, на рисунке 1.2 одна и та же толщина среды x при разных значениях P_Ω соответствует разным значениям ΔKx . Зависимость контраста импульсов от индекса модуляции на рисунке 1.2(а) может быть объяснена на основе полученного аналитического решения. При нулевом значении индекса модуляции (не показано на рисунке 1.2) новые комбинационные спектральные компоненты не генерируются, и величина контраста равняется нулю. С увеличением P_Ω амплитуды новых спектральных компонент растут, что приводит к росту контраста импульсов до тех пор, пока индекс модуляции не достигает значения $P_\Omega \approx 2,4$, при котором $J_0(P_\Omega) \approx 0$, и резонансное взаимодействие z -поляризованного ВУФ излучения оказывается подавленным, так что излучение затравки распространяется через среду с минимальными изменениями. С дальнейшим увеличением индекса модуляции амплитуды комбинационных спектральных компонент вновь растут, и контраст импульсов достигает своего глобального максимума при $P_\Omega \approx 3,3$, что соответствует окрестности максимума произведения $J_0(P_\Omega)J_2(P_\Omega)$, где амплитуды ± 1 -х спектральных компонент (1.48) достигают своих максимальных значений. Дальнейшее увеличение P_Ω приводит к уменьшению контраста импульсов, так как относительные амплитуды ± 1 -х спектральных компонент (по сравнению с амплитудой 0-й спектральной компоненты на частоте затравочного излучения) становятся меньше. Зависимость контраста импульсов от толщины среды x является более сложной и не может быть объяснена без учёта перераспределения спектральных компонент друг в друга и нелинейного взаимодействия резонансного поля со средой. Так, в области применимости аналитического решения максимальный контраст импульсов достигается при $\Delta Kx \approx \pi/2$ (для $P_\Omega \approx 2,2$ этому соответствует $x \approx 2$ мм, а для $P_\Omega \approx 3,3$ – $x \approx 1,3$ мм), что соответствует длине когерентности для ± 1 -х спектральных компонент, тогда как на рисунке 1.2(а) оптимальные значения толщины среды либо меньше, $\Delta Kx \approx \pi/4 - \pi/3$ при $P_\Omega \approx 2,2$ ($1 \text{ мм} < x < 1,3 \text{ мм}$), либо больше, $\Delta Kx \approx \pi$ при $P_\Omega \approx 3,3$ ($x \approx 2,7 \text{ мм}$).

На рисунке 1.2(б) представлена зависимость отношения пиковых интенсивностей z - и y -поляризованных компонент ВУФ излучения на выходе из среды (которые соответствуют последовательности аттосекундных импульсов и усиленному спонтанному излучению) в логарифмическом масштабе от x и P_Ω . Видно, что с увеличением толщины среды относительная интенсивность усиленного спонтанного излучения растёт. Связано это с тем, что частоты переходов $|4\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ и $|5\rangle \leftrightarrow |1\rangle$, на которых генерируется y -поляризованное усиленное спонтанное излучение, под действием модулирующего поля приобретают лишь небольшой

постоянный квадратичный штарковский сдвиг. Как следствие, усиление среды для y -поляризованной компоненты резонансного поля локализовано в окрестности единственной (слегка смещённой) частоты резонанса, а соответствующий коэффициент усиления равняется коэффициенту усиления среды в отсутствие модуляции, g_0 , который всегда больше коэффициентов усиления индуцированных линий усиления для z -поляризованной компоненты поля. Таким образом, для того, чтобы интенсивность усиленного спонтанного излучения была меньше интенсивности формируемой импульсной последовательности, необходимо использовать не слишком толстую активную среду.

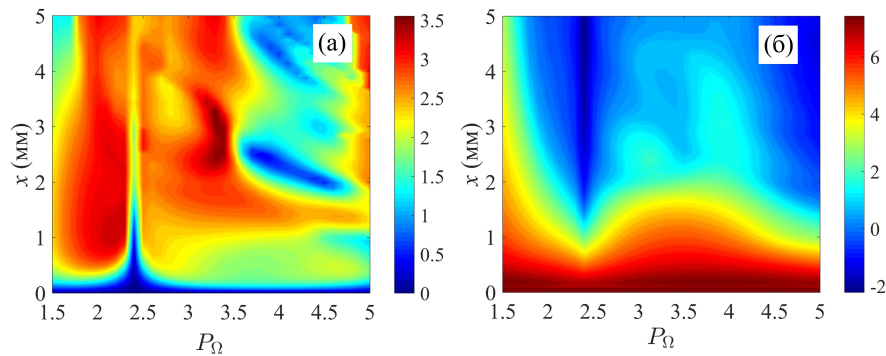


Рис. 1.2 (а) Зависимость контраста формируемых импульсов в максимуме огибающей импульсной последовательности от индекса модуляции P_Ω и толщины среды x . (б) Зависимость отношения пиковых интенсивностей z - и y -поляризованных компонент высокочастотного поля (в логарифмическом масштабе) от x и P_Ω .

На рисунке 1.3(а) показана временная зависимость интенсивности поляризационных компонент ВУФ излучения на выходе из активной среды ионов Li^{2+} при $x = 1,1$ мм и $P_\Omega = 2,2$, которые соответствуют левой оптимальной области значений параметров на рисунке 1.2(а). В этом случае при $I_M = 4 \times 10^{14}$ Вт/см² соответствующая длина волны модулирующего поля составляет $\Lambda = 930$ нм. В качестве интенсивности излучения затравки было выбрано значение $I_0 = cE_0^2/(8\pi) = 10^9$ Вт/см², которое может быть достигнуто на выходе из аналогичной немодулированной активной среды плазменного рентгеновского лазера. Из рисунка 1.3(а) видно, что пиковая интенсивность в импульсной последовательности примерно в 20 раз больше интенсивности затравочного поля, при этом длительность сформированных импульсов составляет 440 ас, а период их следования – 1,55 фс (полупериод модулирующего поля).

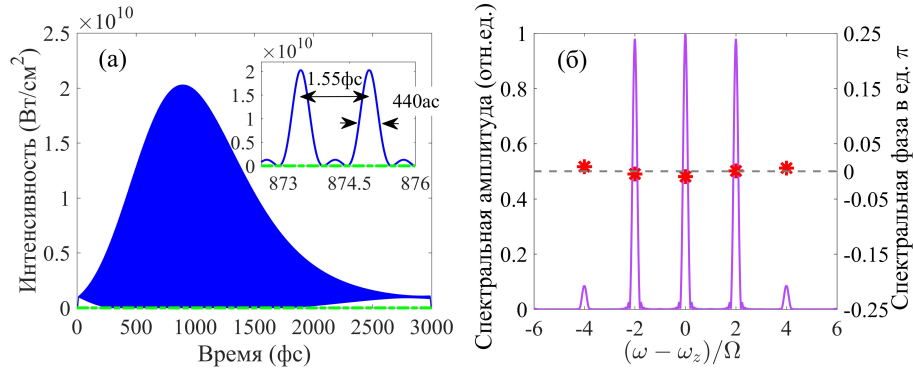


Рис. 1.3 (а) Временная зависимость интенсивности ВУФ поля на выходе из модулированной активной среды ионов Li^{2+} толщиной $x = 1,1$ мм при $P_{\Omega} = 2,2$. Параметры модулирующего поля: $\Lambda = 930$ нм и $I_M = 4 \times 10^{14}$ Вт/см². Импульс ВУФ излучения затравки (1.36) характеризуется интенсивностью $I_0 = 10^9$ Вт/см² и длительностью 3 пс. Синяя линия соответствует интенсивности z -поляризованной компоненты ВУФ поля, а зелёная штрих-пунктирная линия рядом с горизонтальной осью соответствует y -поляризованному усиленному спонтанному излучению, пиковая интенсивность которого примерно в 1600 раз меньше пиковой интенсивности z -поляризованной компоненты. (б) Оконный спектр z -поляризованной компоненты ВУФ поля в окрестности максимума импульсной последовательности на рисунке (а). Фиолетовая сплошная линия (левая ось) соответствует амплитудному спектру поля, тогда как красные звёздочки (правая ось) обозначают спектральные фазы на центральных частотах спектральных компонент (линейная составляющая зависимости фазы компонент от частоты для удобства убрана).

На рисунке 1.3(б) представлен оконный спектр для импульсной последовательности из рисунка 1.3(а) с использованием временного окна $\sin^2[\pi(\tau - \tau_0)/\tau_{\text{wind}}]$. Временное окно центрировано в окрестности максимума огибающей импульсной последовательности (в данном случае при $\tau_0 = 890$ фс), а его полная длительность составляет 10 периодов модулирующего поля, $\tau_{\text{wind}} = 31$ фс. Такое временное окно позволяет выделить спектр излучения в наиболее интенсивной части импульсной последовательности и узнать, сколько спектральных компонент участвует в формировании импульсов с наибольшей интенсивностью. Из рисунка 1.3(б) видно, что амплитуды ± 1 -х спектральных компонент близки к амплитуде резонансной центральной компоненты, при этом они являются фазово-согласованными, что приводит к формированию импульсов, близких к спектрально ограниченному пределу.

Аналогичные зависимости показаны на рисунке 1.4 для $x = 2,5$ мм и $P_{\Omega} = 3,3$, которые соответствуют правой оптимальной области значений параметров на рисунке 1.2(а), а также интенсивности и длине волны модулирующего поля $I_M = 4 \times 10^{14}$ Вт/см² и $\Lambda = 1400$ нм. Параметры временного окна, в котором вычислялся спектр на рисунке 1.4(б), следующие:

$\tau_{\text{wind}} = 47$ фс и $\tau_0 = 520$ фс. Благодаря большей толщине среды падающее ВУФ излучение той же интенсивности (как на рисунке 1.3) усилено с большей эффективностью (примерно в 500 раз по пиковой интенсивности), так что пиковая интенсивность в импульсной последовательности достигает 5×10^{11} Вт/см². При этом длительность сформированных импульсов составляет 590 ас, а их период следования – 2,33 фс. Благодаря большему значению индекса модуляции амплитуды комбинационных спектральных компонент на рисунке 1.4(б) больше чем на рисунке 1.3(б): ± 1 -е спектральные компоненты сильнее 0-й спектральной компоненты, а ± 2 -е компоненты становятся существенными, так что результирующий контраст импульсов становится выше. С другой стороны, в случае рисунка 1.3 отношение пиковых интенсивностей z - и y -поляризованных составляющих ВУФ поля значительно больше, чем в случае рисунка 1.4: 1600 против 30. Таким образом, при меньшей интенсивности излучения затравки значения параметров, соответствующие рисунку 1.3, являются предпочтительными для формирования импульсов с точки зрения получения высокого отношения интенсивности усиленного поля к интенсивности усиленного спонтанного излучения.

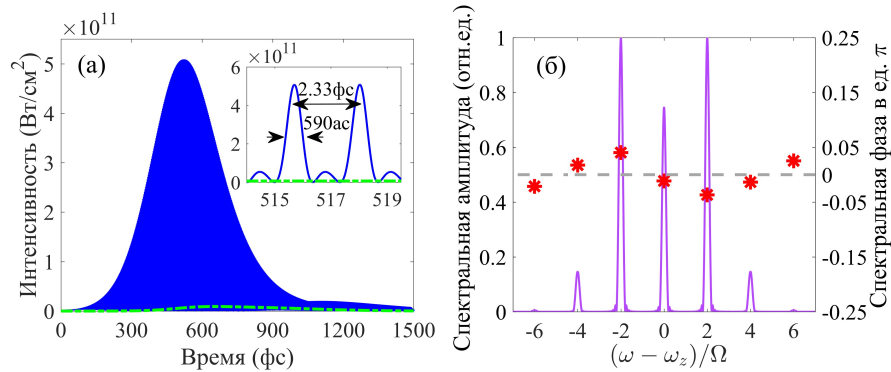


Рис. 1.4 То же, что на рисунке 1.3, но при $x = 2,5$ мм и $P_{\Omega} = 3,3$. Интенсивность модулирующего поля $I_M = 4 \times 10^{14}$ Вт/см², а его длина волны $\Lambda = 1400$ нм. Импульс ВУФ излучения затравки (1.36) характеризуется интенсивностью $I_0 = 10^9$ Вт/см² и длительностью 1,5 пс. Отношение пиковых интенсивностей z - и y -поляризованных компонент ВУФ поля равно 30.

Стоит также отметить, что в то время как на рисунке 1.3(б) и рисунке 1.4(б) показаны оконные спектры ВУФ излучения, реальные спектры резонансного поля на выходе из среды, вычисленные по всей длительности импульсной последовательности, обладают значительно более узкими линиями спектральных компонент (с относительной шириной порядка 10^{-4} – 10^{-5}), которые могут быть использованы для интерферометрических измерений с разрешением по энергии, в частности, для измерений, основанных на технике RABBIT [43].

Далее полученные результаты численной оптимизации условий формирования аттосекундных импульсов следует сравнить с результатами, полученными в работе [26], где

была показана принципиальная возможность формирования импульсов в оптически модулированной водородоподобной активной среде плазменного рентгеновского лазера. В этой работе в качестве индекса модуляции был выбран $P_{\Omega} = 4,45$, а толщина активной среды – $x = 1,25$ мм. В этом случае контраст импульсов оказывается равным 2,1, длительность импульсов и период их следования – 960 ас и 3,14 фс соответственно, а пиковая интенсивность в импульсной последовательности – $3,45 \times 10^{10}$ Вт/см² при интенсивности квазимонохроматической затравки $I_0 = 10^9$ Вт/см². Таким образом, проведённая выше оптимизация позволила уменьшить длительность импульсов примерно в два раза, увеличить контраст импульсов примерно на 70%, а пиковую интенсивность – на порядок. Более того, при найденных оптимальных условиях влияние усиленного спонтанного излучения ортогональной (y -) поляризации оказалось подавленным.

Наконец, на рисунке 1.5 приведено непосредственное сравнение аналитического решения (1.47), (1.48) и (1.49) с результатами численных расчётов, основанных на решении системы уравнений (1.13). Для того, чтобы обеспечить применимость аналитического решения, рисунок 1.5 построен для в два раза меньшего коэффициента усиления, так что $g_0/\Delta K = 6,9$, и при $x = 1,15$ мм и $P_{\Omega} = 3,3$, при которых контраст импульсов в случае уменьшенного коэффициента усиления оказывается максимально возможным. В этом случае $g_0 J_0^2(P_{\Omega})/\Delta K = 0,8$. На рисунке 1.5(а) представлены аналитическое и численное решения для временной зависимости интенсивности z -поляризованной составляющей ВУФ поля на выходе из среды, тогда как на рисунке 1.5(б) – временные зависимости квадратов амплитуд спектральных компонент ВУФ поля, нормированные на квадрат амплитуды поля затравки. Рисунок 1.5(б) построен с использованием оконного Фурье-преобразования с тем же спектральным окном, что и рисунок 1.3(б) и рисунок 1.4(б), центр которого τ_0 изменяется в пределах $0 < \tau_0 < 1000$ фс. Видно, что вплоть до максимума формируемой импульсной последовательности, где становится существенным изменение разности населённостей на инвертированных переходах, наблюдается хорошее согласие между аналитическим и численным решениями. Кроме того, согласно рисунку 1.5(б) в произвольный момент времени и в аналитическом, и в численном решениях 0-я спектральная компонента на частоте излучения затравки обладает большей амплитудой, чем генерируемые комбинационные спектральные компоненты, что подтверждает применимость аналитического решения (1.47), (1.48) и (1.49). Также из сравнения рисунка 1.4 и рисунка 1.5, которые построены при одинаковом значении индекса модуляции, видно, что (а) импульсы могут быть сформированы в широком диапазоне значений коэффициента усиления, и (б) характеристики импульсов улучшаются с увеличением коэффициента усиления активной среды.

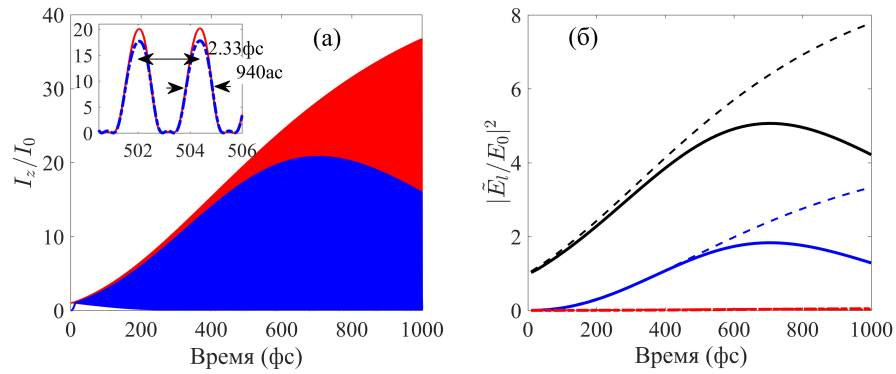


Рис. 1.5 (а) Сопоставление аналитического (красная сплошная линия, большая интенсивность) и численного (синяя штрих-пунктирная линия, меньшая интенсивность) решений для интенсивности z -поляризованного ВУФ поля при $x = 1,15$ мм и $P_\Omega = 3,3$. Коэффициент усиления активной среды в два раза меньше, чем на рисунках 1.1-1.4, за исключением более толстых линий на рисунке 1.1(в). Интенсивность нормирована на интенсивность поля затравки, $I_0 = 10^9$ Вт/см². (б) Соответствующие временные зависимости квадратов амплитуд спектральных компонент z -поляризованного ВУФ поля, нормированных на квадрат амплитуды поля затравки. Аналитически и численно полученные кривые обозначены более тонкими штриховыми и более толстыми сплошными линиями, соответственно. Чёрные линии соответствуют 0-й спектральной компоненте ВУФ поля, а синие и красные (в окрестности нуля) линии соответствуют квадратам амплитуд ± 1 -х и ± 2 -х спектральных компонент.

1.4.3. Резонанс с боковыми линиями усиления

В данном разделе рассматривается случай, когда квазимонохроматическое излучение затравки настроено в резонанс с боковой индуцированной линией усиления с чётным номером $2k_{\text{inc}}$. В силу того, что полученное в разделе 1.4.1 аналитическое решение воспроизводит основные закономерности формирования комбинационных спектральных компонент и аттосекундных импульсов из квазимонохроматического излучения затравки, для простоты ниже оптимальные условия формирования импульсов проанализированы только на основе аналитического решения. Нетрудно показать, что при $\omega_{\text{inc}} = \omega_z + 2k_{\text{inc}}\Omega$, $k_{\text{inc}} \neq 0$, аналитическое решение для амплитуд спектральных компонент резонансного ВУФ/рентгеновского поля аналогично решению (1.47), (1.48), (1.49) с точностью до замены порядков функций Бесселя. Для дальнейшего анализа его удобно переписать в следующем виде:

$$\tilde{E}_0(x, \tau) = E_0 \theta(\tau) \exp \left[g_0 J_{2k_{\text{inc}}}^2(P_\Omega) (1 - e^{-\gamma_z \tau}) x \right], \quad (1.55)$$

$$\tilde{E}_l(x, \tau) = F_{\text{spectral}} \times F_{\text{spatial}} \times \tilde{E}_0(x, \tau), \quad (1.56)$$

где

$$F_{\text{spectral}} = \frac{g_0}{2\Delta K} (1 - e^{-\gamma_z \tau}) J_{2k_{\text{inc}}}(P_\Omega) J_{2(k_{\text{inc}}+l)}(P_\Omega), \quad (1.57)$$

$$F_{\text{spatial}} = \frac{\exp(-i2l\Delta Kx) - \exp \left[-g_0 J_{2k_{\text{inc}}}^2(P_\Omega) (1 - e^{-\gamma_z \tau}) x \right]}{\frac{g_0}{2\Delta K} J_{2k_{\text{inc}}}^2(P_\Omega) (1 - e^{-\gamma_z \tau}) - il}, \quad (1.58)$$

а начальная фаза модулирующего поля принята равной нулю, $\mathcal{G} = 0$, так как её изменение приводит лишь к постоянному смещению импульсной последовательности в пределах полупериода модулирующего поля. Также в (1.55) и (1.56) принята нумерация спектральных компонент, по которой спектральная компонента на частоте падающего поля, $\omega_z + 2k_{\text{inc}}\Omega$, обозначена номером 0, а комбинационные спектральные компоненты на частотах $\omega_z + 2(k_{\text{inc}} + l)\Omega$ характеризуются номером l .

Согласно (1.55), при распространении в среде падающее ВУФ излучение усиливается с эффективным коэффициентом усиления $g_0 J_{2k_{\text{inc}}}^2(P_\Omega) (1 - e^{-\gamma_z \tau})$, который зависит (а) от времени вследствие конечного времени установления поляризационного отклика среды, (б) от индекса модуляции P_Ω и (в) от величины отстройки ВУФ излучения от частоты ω_z , т.е. от k_{inc} . Кроме того, в результате когерентного рассеяния излучения затравки на волне модуляции, движущейся с фазовой скоростью модулирующего поля, в среде генерируются

комбинационные спектральные компоненты ВУФ излучения. Согласно (1.56) амплитуда l -й комбинационной спектральной компоненты поля определяется амплитудой центральной спектральной компоненты $\tilde{E}_0(x, \tau)$ с учётом её усиления, а также двумя факторами: F_{spectral} и F_{spatial} .

Первый из них, F_{spectral} (1.57), имеет смысл эффективности генерации l -й спектральной компоненты в процессе рассеяния излучения затравки на волне модуляции. Как видно из (1.57), эта эффективность определяется (а) отстройкой падающего поля от средней по времени частоты модулированных переходов (индексом k_{inc}), (б) отстройкой l -й спектральной компоненты от частоты падающего поля (индексом l), (в) отношением невозмущённого коэффициента усиления среды к добавке к волновому числу модулирующего поля вследствие дисперсии плазмы, $g_0/\Delta K$, а также (г) индексом модуляции, P_Ω . Кроме того, согласно (1.57) эффективность генерации комбинационных компонент нарастает по мере установления поляризационного отклика среды. Если концентрация свободных электронов в плазме является высокой и выполняется неравенство $g_0/\Delta K \ll 1$, то эффективность генерации комбинационных спектральных компонент близка к нулю, другими словами, когерентное рассеяние падающего поля на волне модуляции оказывается подавленным. Также из (1.57) следует, что $F_{\text{spectral}}(-k_{\text{inc}}, -l) = F_{\text{spectral}}(k_{\text{inc}}, l)$. Это означает, что изменение частоты излучения затравки с $\omega_z + 2k_{\text{inc}}\Omega$ на $\omega_z - 2k_{\text{inc}}\Omega$, т.е. изменение знака отстройки от резонанса с 0-й индуцированной линией усиления при сохранении величины отстройки, приводит к тому, что спектр эффективности рассеяния испытывает зеркальное отражение относительно частоты ВУФ излучения затравки.

Далее будет проанализирована зависимость спектральной эффективности рассеяния, F_{spectral} , от индекса модуляции, P_Ω , при разных отстройках от частоты падающего поля, т.е. различных l , и при разных отстройках падающего поля от резонанса с 0-й индуцированной линией усиления, т.е. разных k_{inc} . Однако прежде необходимо сделать следующую оговорку. Из определения индекса модуляции следует, что увеличивать его можно двумя способами: (а) увеличивая интенсивность модулирующего поля и/или (б) уменьшая его частоту, т.е. увеличивая его длину волны $\Lambda = 2\pi c/\Omega$. Так как интенсивность модулирующего поля предполагается зафиксированной на уровне $I_M = 4 \times 10^{14}$ Вт/см², при котором ионизация лазерным полем возбуждённых состояний $|2\rangle$ и $|3\rangle$ не приводит к существенному уменьшению коэффициента усиления среды, то единственным способом увеличить индекс модуляции остаётся увеличение длины волны модулирующего поля. Далее, в рассматриваемой плазменной

среде с концентрацией свободных электронов $N_e = 3 \times 10^{17} \text{ см}^{-3}$ плазменная частота будет соответствовать длине волны $\lambda_{\text{pl}} = 2\pi c / \omega_{\text{pl}} \approx 61 \text{ мкм}$, где $\omega_{\text{pl}} = \sqrt{4\pi N_e e^2 / m_e}$. Тогда для оптического поля с длиной волны порядка 1 мкм показатель преломления плазмы будет близок к единице. В этом случае для модулирующего поля видимого/ИК диапазона можно принять $\Delta K \approx \omega_{\text{pl}}^2 / (2c\Omega)$ и переписать (1.57) в эквивалентном виде:

$$F_{\text{spectral}} = \alpha J_{2k_{\text{inc}}}(P_{\Omega}) J_{2(k_{\text{inc}}+l)}(P_{\Omega}) / P_{\Omega}, \quad (1.59)$$

где $\alpha = c g_0 \Delta_{\Omega} \cdot (1 - e^{-\gamma_z \tau}) / \omega_{\text{pl}}^2$. На рисунках 1.6(а-д) представлены зависимости величины (1.59) от индекса модуляции при разных значениях отстройки ВУФ излучения заправки от частоты ω_z . В случае точного резонанса, когда $k_{\text{inc}} = 0$ и $\omega_{\text{inc}} = \omega_z$, эффективность генерации комбинационных спектральных компонент, а следовательно и их спектр, оказываются симметричными функциями номера комбинационной частоты, l (см. рисунок 1.6(в)). Если же $k_{\text{inc}} \neq 0$, для значений индекса модуляции $P_{\Omega} \leq 5$, при которых достигаются наибольшие амплитуды комбинационных спектральных компонент, генерируемый спектр оказывается несимметричным по индексу l и, как и в случае $k_{\text{inc}} = 0$, локализованным вокруг частоты ω_z . Из рисунка 1.6 также видно, что максимальная эффективность генерации комбинационных спектральных компонент достигается при (а) $k_{\text{inc}} = 0$ и (б) $k_{\text{inc}} = \pm 1$. В этих случаях максимально возможное значение $|F_{\text{spectral}}| / \alpha$ составляет приблизительно 0,09, тогда как при $k_{\text{inc}} = \pm 2$ эта величина в 3 раза меньше, а при $k_{\text{inc}} = \pm 3$ (не показано на рисунке 1.6) – в 6 раз меньше. Более того, при $|k_{\text{inc}}| \geq 2$ для эффективной генерации комбинационных частот необходимо использовать большие значения индекса модуляции (рисунки 1.6(а,г)), что приводит к меньшему значению эффективного коэффициента усиления ВУФ излучения (рисунок 1.6(е)).

Таким образом, для наиболее эффективной генерации комбинационных спектральных компонент падающее квазимонохроматическое ВУФ излучение должно быть (а) в резонансе с инвертированным переходом среды (с учётом смещения его частоты в модулирующем поле), $\omega_{\text{inc}} = \omega_z$, либо (б) отстроено от частоты перехода на удвоенную частоту модулирующего поля, $\omega_{\text{inc}} = \omega_z \pm 2\Omega$. Соответствующие оптимальные значения индекса модуляции, P_{Ω} , находятся в интервале $0 \leq P_{\Omega} \leq 5$ (см. рисунки 1.6(б,в,д)). При этом спектр генерируемых комбинационных компонент локализован в окрестности частоты ω_z .

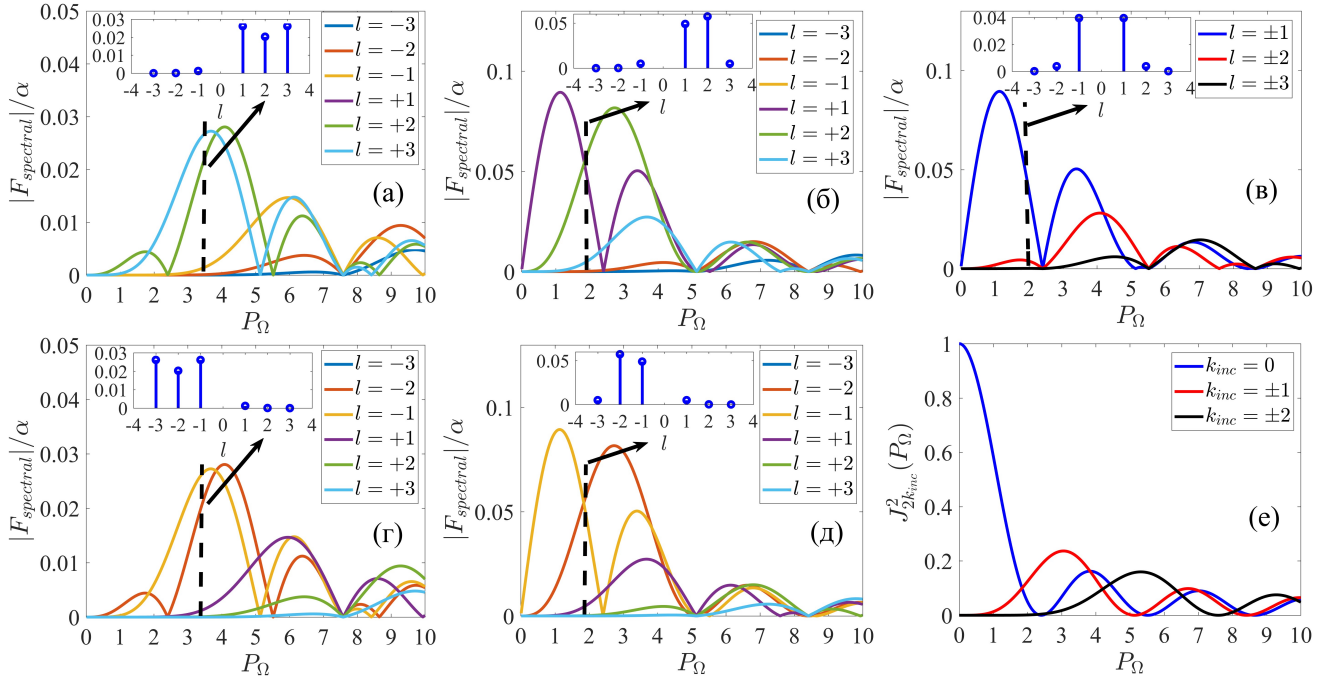


Рис. 1.6 Зависимость модуля нормированной эффективности генерации комбинационных частот, $F_{\text{spectral}}/\alpha$, от индекса модуляции, P_Ω , при фиксированной интенсивности лазерного поля $I_M = 4 \times 10^{14}$ Вт/см², для разных значений отстройки излучения затравки от 0-й индуцированной линии усиления: (а) $k_{\text{inc}} = -2$, (б) $k_{\text{inc}} = -1$, (в) $k_{\text{inc}} = 0$, (г) $k_{\text{inc}} = 2$, (д) $k_{\text{inc}} = 1$. На вставках представлены срезы соответствующих зависимостей при фиксированном индексе модуляции: (а) $P_\Omega = 3, 4$, (б) $P_\Omega = 1, 9$, (в) $P_\Omega = 2$, (г) $P_\Omega = 3, 4$, (д) $P_\Omega = 1, 9$. Нормировочный коэффициент $\alpha = c g_0 \Delta_\Omega \cdot (1 - e^{-\gamma \cdot \tau}) / \omega_{\text{pl}}^2$. Стоит отметить, что на рисунке (а) линии, соответствующие $l = 1$ и $l = 3$, совпадают между собой. Аналогично на рисунке (г) совпадают линии, соответствующие $l = -1$ и $l = -3$. (е) Зависимость эффективного коэффициента усиления ВУФ излучения от индекса модуляции для разных значений k_{inc} .

Далее рассмотрим пространственную зависимость амплитуды l -й спектральной компоненты. Согласно (1.56) и (1.58) эта зависимость определяется произведением экспоненциальной функции, характеризующей усиление падающего ВУФ излучения, и функции F_{spatial} . Подробное описание особенностей данной пространственной зависимости приведено в разделе 1.4.1 и здесь повторяться не будет. Стоит отметить лишь следующее. На выходе из оптически толстой среды, толщина x которой удовлетворяет условию $g_{\text{max}} J_{2k_{\text{inc}}}^2(P_\Omega) x \gg 1$, множитель F_{spatial} приводит к изменению фазы l -й спектральной компоненты на величину $-2l\Delta K x + \arctg \left\{ 2l\Delta K / \left[g_0 J_{2k_{\text{inc}}}^2(P_\Omega) (1 - e^{-\gamma \cdot \tau}) \right] \right\}$, а также к уменьшению

амплитуды данной спектральной компоненты в $\sqrt{\left[\frac{g_0}{2\Delta K} J_{2k_{\text{inc}}}^2(P_\Omega)(1-e^{-\gamma_z\tau})\right]^2 + l^2}$ раз. Стоит отметить, что фаза l -й спектральной компоненты также зависит от знака величины F_{spectral} . Таким образом, при выполнении условия $g_0 J_{2k_{\text{inc}}}^2(P_\Omega)x \gg 1$, фаза l -й комбинационной спектральной компоненты ВУФ излучения относительно излучения на частоте затравки ($l = 0$) имеет вид:

$$\varphi_l = \pi\delta_{-1,S} + \arctg\left\{2l\Delta K / \left[g_0 J_{2k_{\text{inc}}}^2(P_\Omega)(1-e^{-\gamma_z\tau})\right]\right\}, \quad (1.60)$$

где $S = \text{sgn}(F_{\text{spectral}})$, $\text{sgn}(x)$ – знак величины x , $\delta_{y,z}$ — символ Кронекера. Стоит отметить, что в (1.60) опущена линейная по частоте, т.е. по l , добавка к фазе $-2l\Delta Kx$, т.к. она приводит только к сдвигу временной зависимости усиленного ВУФ излучения и эквивалентна изменению начала отсчёта времени.

Далее будут исследованы оптимальные условия преобразования квазимонохроматического ВУФ излучения затравки в последовательность аттосекундных импульсов в модулированной активной среде плазменного рентгеновского лазера Li^{2+} . Как и в разделе 1.4.2, для этого необходимо найти такую комбинацию индекса модуляции P_Ω и толщины среды x , при которой величина контраста импульсов (1.54) достигает своего максимального значения. Как было показано выше, комбинационные спектральные компоненты генерируются с наибольшей эффективностью при $k_{\text{inc}} = 0, \pm 1$, т.е. когда квазимонохроматическое излучение затравки находится в резонансе с 0-й или ± 2 -й линией усиления. Так как случай $k_{\text{inc}} = 0$ был рассмотрен в разделах 1.4.1 и 1.4.2, а случаи $k_{\text{inc}} = 1$ и $k_{\text{inc}} = -1$ отличаются друг от друга исключительно зеркальным отражением спектра относительно частоты падающего ВУФ излучения, ω_{inc} , и соответствуют одной и той же временной зависимости интенсивности ВУФ излучения, далее будет рассмотрен только случай $k_{\text{inc}} = 1$.

На рисунке 1.7 представлена зависимость контраста формируемых импульсов от индекса модуляции и толщины среды при $k_{\text{inc}} = 1$. В отличие от случая $k_{\text{inc}} = 0$, при котором в зависимости контраста импульсов от индекса модуляции и толщины среды (см. рисунок 1.2(а)) имеются несколько областей высокого контраста (в окрестности $P_\Omega = 2,2$ и $P_\Omega = 3,3$), в случае $k_{\text{inc}} = 1$ имеется только одна область наибольшего контраста при $P_\Omega \approx 2$, хотя при больших индексах модуляции, скажем, $3 \leq P_\Omega \leq 4$, генерируется больше комбинационных спектральных компонент с существенно ненулевой амплитудой (см. рисунок 1.6(д)). Дело в том, что

вследствие отстройки излучения затравки от средней по времени частоты перехода, ω_z , центр симметрии фаз спектральных компонент ВУФ излучения, расположенный на частоте затравки, (1.60), не совпадает с эффективным центром его амплитудного спектра на частоте инвертированного перехода, ω_z (см. рисунок 1.8(a)). В результате с ростом индекса модуляции фазовое согласование спектральных компонент ухудшается, и во временной зависимости интенсивности ВУФ излучения на выходе из среды формируется сложная картина биений. Для больших значений k_{inc} рассогласование фаз спектральных компонент увеличивается. Это ещё одна причина, по которой большие величины отстройки падающего ВУФ излучения, т.е. большие значения k_{inc} , оказываются непригодными для формирования последовательности коротких импульсов.

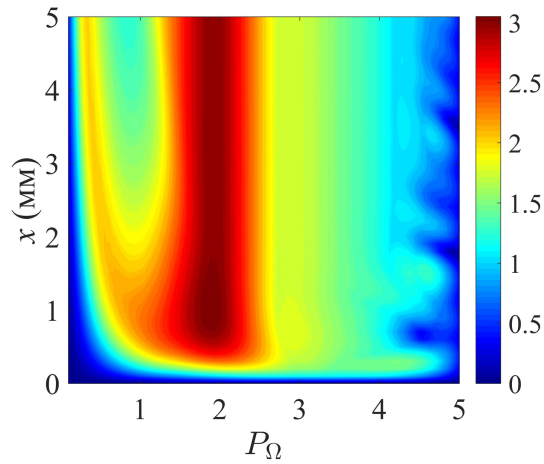


Рис. 1.7 Зависимость контраста формируемых импульсов от индекса модуляции P_Ω и толщины среды x . Данная зависимость построена на основе аналитического решения (1.55) и (1.56) при $\tau \gg \gamma_z^{-1}$, $k_{\text{inc}} = 1$ и $\alpha_{\gamma_z \tau \gg 1} \approx 22,8$.

Из рисунка 1.7 видно, что максимальный контраст импульсов, посчитанный на основе аналитического решения (1.55), (1.56) и приблизительно равный 3,1, достигается при $P_\Omega = 1,9$ и $x = 1$ мм. Стоит отметить, что формируемые импульсы не являются спектрально-ограниченными, так как наиболее интенсивные спектральные компоненты на частотах ω_z ($l = -1$) и $\omega_z \pm 2\Omega$ ($l = 0, -2$) не являются синфазными из-за смещения центра амплитудного спектра относительно центра симметрии фазовой кривой (1.60) (см. рисунок 1.8(a)). Так, разность фаз между спектральными компонентами с номерами $l = -1$ и $l = -2$ составляет $\Delta\varphi_{-1,-2} = \varphi_{-1} - \varphi_{-2} \approx 0,11\pi$, а разность фаз между компонентами с номерами $l = 0$ и $l = -1$ –

$\Delta\varphi_{0,-1} = \varphi_0 - \varphi_{-1} \approx 0,21\pi$. Тем не менее, как видно из рисунка 1.8(б), наличие такой несогласованности в фазах не мешает формированию хорошо выраженных импульсов. При интенсивности модулирующего поля $I_M = 4 \times 10^{14}$ Вт/см² и $P_\Omega = 1,9$ (что соответствует $\Lambda \approx 805$ нм) длительность формируемых импульсов составляет 370 ас, а период следования – 1,35 фс.

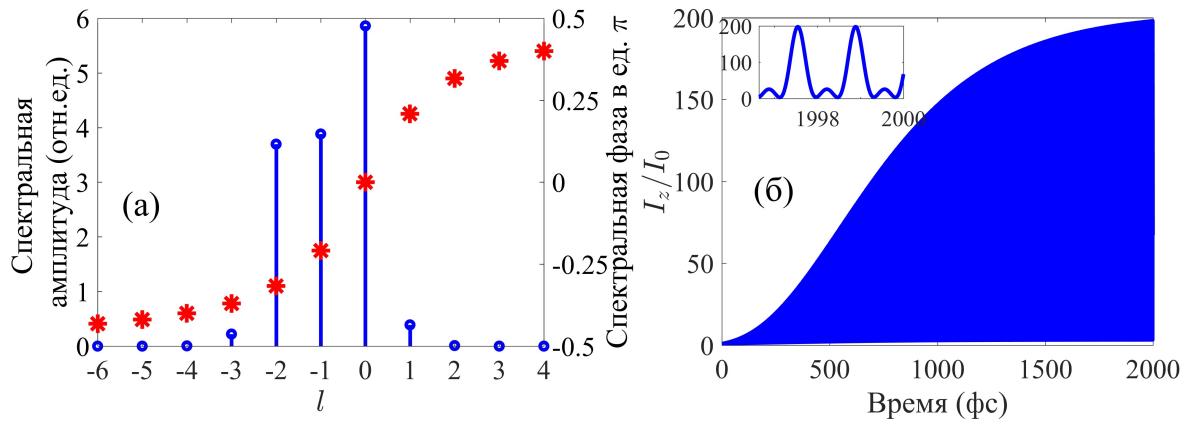


Рис. 1.8 (а) Зависимость амплитуд (1.55), (1.56), нормированных на E_0 (синие линии), и фаз (1.60) (красные звёздочки) от номера спектральной компоненты l при $k_{\text{inc}} = 1$, $P_\Omega = 1,9$, $x = 1,1$ мм. (б) Соответствующая временная зависимость интенсивности ВУФ излучения на выходе из активной плазмы ионов Li^{2+} , нормированная на интенсивность излучения затравки I_0 . На вставке приведена форма импульсов в установившемся режиме.

1.5. Взаимное усиление совокупности высоких гармоник, образующих последовательность аттосекундных импульсов, в модулированной активной среде плазменного рентгеновского лазера на основе ионов Li^{2+}

В данном разделе рассматривается вторая постановка задачи, когда на входе в оптически модулированную плазменную среду имеется совокупность линейно поляризованных вдоль оси z высоких гармоник, резонансных к индуцированным линиям усиления и, в частности, образующих последовательность субфемто-/аттосекундных импульсов. Рассмотрение такой постановки задачи проведено в работах [A2, A6]. Предполагается, что в качестве модулирующего лазерного поля используется реплика лазерного поля фундаментальной частоты, которое было использовано для генерации высоких гармоник. Тогда высокие гармоники можно настроить в резонанс либо с индуцированными линиями усиления чётного порядка (с чётным номером k , см. (1.31)), либо с индуцированными линиями усиления нечётного порядка (с нечётным номером k). Как показано в работе [34] в условиях, когда индекс модуляции выбран так, чтобы коэффициенты усиления для гармоник разных порядков были близки друг к другу, и в процессе усиления относительные амплитуды гармоник практически не менялись, случаи резонанса только с чётными или только с нечётными линиями усиления оказываются эквивалентными друг другу, т.к. приблизительно половина усиления среды оказывается сосредоточенной в линиях усиления чётных порядков, а другая половина – в линиях усиления нечётных порядков. Для определённости далее рассматривается случай, когда высокие гармоники находятся в резонансе с чётными линиями усиления. Кроме того, дополнительно предполагается, что на входе в среду имеется совокупность $2N + 1$ высоких гармоник, в которой центральная гармоника находится в резонансе с 0-й (центральной) индуцированной линией усиления:

$$\tilde{E}_z(x=0, \tau) = \sum_{n=-N}^N E_0 e^{i\varphi_n} a(\tau) \exp(-i2n\Omega\tau), \quad \omega_{\text{inc}} = \omega_z, \quad (1.61)$$

где также подразумевается, что все гармоники обладают одинаковыми амплитудами E_0 и временными огибающими $a(\tau)$, которые определяют формы спектральных контуров высоких гармоник на входе в среду. Далее, пусть ширина спектрального контура каждой гармоники много меньше частоты модулирующего поля. Тогда каждая гармоника в совокупности (1.61) будет взаимодействовать только с соответствующей резонансной линией усиления (1.31), так что n -я высокая гармоника будет усиливаться с коэффициентом усиления $g_0 J_{2n}^2(P_\Omega)$.

В (1.61) также подразумевается общий случай произвольных (в общем случае, различающихся) фаз высоких гармоник φ_n . В плазме с сильной дисперсией на частоте

модулирующего поля, когда выполняется неравенство $g_0/\Delta K \ll 1$, гармоники разных порядков, резонансные к чётным линиям усиления, усиливаются независимо друг от друга с сохранением фаз φ_n , что было показано в работе [33] и видно из общего решения (1.30). Если же это неравенство оказывается нарушенным, то в модулированной активной среде формируется многочастотное когерентно рассеянное поле, амплитуды и фазы спектральных компонент которого на частотах гармоник зависят от амплитуд и фаз усиливаемых гармоник. Интерференция усиливаемых гармоник с когерентно рассеянным полем будет приводить к изменению амплитудного спектра гармоник на выходе из среды относительно случая их независимого усиления, причём соответствующая разница зависит от распределения фаз высоких гармоник на входе в среду. В частности, как будет показано ниже, при определённых условиях когерентно рассеянное поле может приводить к существенному увеличению амплитуд высоких гармоник, которые, в том числе, могут образовывать последовательность аттосекундных импульсов.

Для более удобного анализа вышеупомянутых изменений далее по аналогии с работой [33] будут рассмотрены такие комбинации интенсивности и длины волны модулирующего поля, при которых индекс модуляции соответствует примерно равным коэффициентам усиления для гармоник разных порядков, т.е. выполняется примерное равенство

$$|J_{-2N}(P_\Omega)| \approx |J_{-2N+2}(P_\Omega)| \approx \dots \approx |J_{2N}(P_\Omega)| \equiv J(P_\Omega), \quad (1.62)$$

где $J(P_\Omega)$ – среднее значение $|J_{2n}(P_\Omega)|$, $-N \leq n \leq N$, при соответствующем индексе модуляции: $J(P_\Omega) = \sum_{n=-N}^N |J_{2n}(P_\Omega)| / (2N+1)$.

Стоит отметить, что, в отличие от рассмотренной ранее задачи по формированию импульсов из квазимонохроматической резонансной затравки, в случае выполнения условия (1.62) для анализа преобразования спектральных амплитуд высоких гармоник удобно воспользоваться аналитическим решением (1.30), справедливым для произвольной формы спектрального контура высоких гармоник на входе в среду. Ниже будет рассмотрена такая же временная огибающая $a(\tau)$, как в задаче по формированию импульсов, рассмотренной в разделе 1.4, т.е. при аналитических оценках

$$a(\tau) = \theta(\tau), \quad (1.63)$$

а при численном моделировании

$$a(\tau) = \begin{cases} \sin^2\left(\frac{\pi}{2} \frac{\tau}{\Delta t_{\text{SW}}}\right), & 0 \leq \tau < \Delta t_{\text{SW}}, \\ 1, & \Delta t_{\text{SW}} \leq \tau < \Delta t_{\text{flat}} + \Delta t_{\text{SW}}, \\ \cos^2\left(\frac{\pi}{2} \frac{\tau - (\Delta t_{\text{flat}} + \Delta t_{\text{SW}})}{\Delta t_{\text{SW}}}\right), & \Delta t_{\text{flat}} + \Delta t_{\text{SW}} \leq \tau < \Delta t_{\text{flat}} + 2\Delta t_{\text{SW}}, \\ 0, & \tau \geq \Delta t_{\text{flat}} + 2\Delta t_{\text{SW}}, \end{cases} \quad (1.64)$$

где, в зависимости от конкретного расчёта, $\Delta t_{\text{flat}} = 0,98$ пс или $\Delta t_{\text{flat}} = 2,98$ пс, а $\Delta t_{\text{SW}} = 10$ фс.

Далее на основе общего аналитического решения (1.30) будет получен явный вид выражения для амплитуд усиливаемых высоких гармоник. Затем с использованием этого аналитического решения и последующего численного моделирования на примере трёх высоких гармоник с произвольными фазами будут проанализированы основные эффекты, возникающие при интерференции поля высоких гармоник с когерентно рассеянным полем. Наконец, для совокупностей трёх, пяти и семи высоких гармоник, образующих последовательность субфемто-/аттосекундных импульсов, будут найдены оптимальные условия, при которых благодаря конструктивной интерференции поля усиливаемых гармоник с когерентно рассеянным полем эффективность усиления импульсов возрастает по сравнению со случаем независимого усиления гармоник в сильно диспергирующей плазме.

1.5.1. Аналитическое решение для амплитуд усиливаемых высоких гармоник с учётом их взаимного рассеяния друг в друга

Ниже решение (1.30) будет переписано для случая, когда на входе в модулированную активную среду имеется совокупность $2N + 1$ линейно поляризованных вдоль оси z высоких гармоник (1.61). Как показано в разделе 1.4.3, наиболее эффективно когерентно рассеянное поле формируется в окрестности 0-й индуцированной линии усиления на частоте ω_z . Как следствие, при распространении в модулированной среде совокупности высоких гармоник, спектр которых центрирован относительно частоты ω_z , когерентно рассеянное поле преимущественно возникает на частотах усиливаемых гармоник, тогда как эффективность генерации новых спектральных компонент на частотах, отличных от частот падающих гармоник, оказывается незначительной. В результате, в (1.30) спектральную амплитуду высокочастотного поля, $S_\omega(x, \omega)$, можно искать в виде

$$S_\omega(x, \omega) = \sum_{n=-N}^N \tilde{A}_n(x, \omega - 2n\Omega), \quad (1.65)$$

где $\tilde{A}_n(x, \omega - 2n\Omega)$ — спектральная амплитуда n -й высокой гармоники в рассматриваемой совокупности. Подставляя (1.65) в (1.30) и учитывая, что $\tilde{A}_{n+p}(x, \omega) = \tilde{A}_n(x, \omega + 2p\Omega)$, выражение (1.30) можно переписать в виде:

$$\begin{aligned} \sum_{n=-N}^N \tilde{A}_n(x, \omega - 2n\Omega) &= \sum_{n=-N}^N \tilde{A}_n(x=0, \omega - 2n\Omega) \exp \left[g_0 x \sum_{k=-\infty}^{\infty} G_k(\omega) \right] \\ &+ \sum_{n=-N}^N \frac{g_0}{\Delta K} \sum_{\substack{p=-\infty \\ p \neq 0}}^{\infty} R_{2p}(\omega) e^{i2p\theta} \int_0^{\Delta K x} \tilde{A}_{n+p} \left(\frac{\Phi}{\Delta K}, \omega - 2n\Omega \right) \exp \left[\frac{g_0}{\Delta K} \sum_{k=-\infty}^{\infty} G_k(\omega) \cdot (\Delta K x - \Phi) + i2p\Phi \right] d\Phi. \end{aligned} \quad (1.66)$$

Приравняв слагаемые в левой и правой частях (1.66), соответствующие одному и тому же индексу n , сделав в каждом получившемся равенстве замену переменных $\omega - 2n\Omega \rightarrow \omega$, а также учитывая перерассеяние гармоник друг в друга, можно получить систему из $2N + 1$ связанных уравнений для спектральных амплитуд высоких гармоник в следующем виде:

$$\begin{aligned} \tilde{A}_n(x, \omega) &= \tilde{A}_n(x=0, \omega) \exp \left[g_0 x \sum_{k=-\infty}^{\infty} G_k(\omega + 2n\Omega) \right] \\ &+ \frac{g_0}{\Delta K} \sum_{\substack{p=-N-n \\ p \neq 0}}^{N-n} R_{2p}(\omega + 2n\Omega) e^{i2p\theta} \int_0^{\Delta K x} \tilde{A}_{n+p} \left(\frac{\Phi}{\Delta K}, \omega \right) \exp \left[\frac{g_0}{\Delta K} \sum_{k=-\infty}^{\infty} G_k(\omega + 2n\Omega) \cdot (\Delta K x - \Phi) + i2p\Phi \right] d\Phi, \end{aligned} \quad (1.67)$$

где $\tilde{A}_n(x=0, \omega) = E_0 e^{i\varphi_n} a(\omega)$ — спектр n -й высокой гармоники на входе в среду, а $a(\omega) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} a(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau$ характеризует форму спектрального контура каждой падающей гармоники.

Далее, с учётом того, что частота модулирующего поля много больше характерной ширины линии усиления активной среды, т.е. $\Omega/\gamma_z \gg 1$, а центральная гармоника в рассматриваемой совокупности находится в резонансе с 0-й линией усиления, т.е. $\delta\omega = \omega_z - \omega_{\text{inc}} = 0$, выражения для $G_k(\omega + 2n\Omega)$ и $R_{2p}(\omega + 2n\Omega)$ могут быть записаны в виде:

$$G_k(\omega + 2n\Omega) = \frac{J_k^2(P_\Omega)}{1 - i(\omega + 2n\Omega - k\Omega)/\gamma_z} = \begin{cases} 0, & k \neq 2n, \\ \frac{J_{2n}^2(P_\Omega)}{1 - i\omega/\gamma_z}, & k = 2n, \end{cases} \quad (1.68)$$

$$R_{2p}(\omega + 2n\Omega) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{J_m(P_\Omega) J_{2p+m}(P_\Omega)}{1 - i(\omega + (2p + 2n + m)\Omega)/\gamma_z} \approx \frac{J_{2(p+n)}(P_\Omega) J_{2n}(P_\Omega)}{1 - i\omega/\gamma_z} \quad (1.69)$$

Подстановка (1.68) и (1.69) в (1.67) позволяет получить выражение для $\tilde{A}_n(x, \omega)$ в виде

$$\begin{aligned} \tilde{A}_n(x, \omega) = & \tilde{A}_n(x=0, \omega) \exp\left[\frac{g_0 x J_{2n}^2(P_\Omega)}{1 - i\omega/\gamma_z}\right] \\ & + \frac{g_0}{\Delta K} \sum_{\substack{m=-N \\ m \neq n}}^N \frac{J_{2m}(P_\Omega) J_{2n}(P_\Omega) e^{i2(m-n)\theta} \Delta K x}{1 - i\omega/\gamma_z} \int_0^{\Delta K x} \tilde{A}_m\left(\frac{\Phi}{\Delta K}, \omega\right) \exp\left[\frac{g_0}{\Delta K} \frac{J_{2n}^2(P_\Omega)}{1 - i\omega/\gamma_z} \cdot (\Delta K x - \Phi) + i2(m-n)\Phi\right] d\Phi. \end{aligned} \quad (1.70)$$

Согласно (1.70) каждая высокая гармоника в спектре падающего поля не только усиливается с коэффициентом $g_0 J_{2n}^2(P_\Omega)$, но и генерирует когерентно рассеянные поля на частотах остальных гармоник. Сумма таких когерентно рассеянных полей на частоте отдельной гармоники описывается вторым слагаемым в правой части (1.70). Отдельное слагаемое в этой сумме характеризует рассеяние поля m -й гармоники с амплитудой \tilde{A}_m в поле n -й гармоники с амплитудой \tilde{A}_n . Причём эффективность такого рассеяния пропорциональна отношению $g_0 J_{2m}(P_\Omega) J_{2n}(P_\Omega) / \Delta K$. Таким образом, для увеличения эффективности рассеяния m -й гармоники в n -ю гармонику необходимо увеличить величину этого отношения за счёт увеличения невозмущённого коэффициента усиления активной среды, g_0 , максимизации произведения $J_{2m}(P_\Omega) J_{2n}(P_\Omega)$, а также уменьшения ΔK , т.е. ослабления плазменной дисперсии на частоте модулирующего поля.

Важно отметить, что максимально достижимая эффективность рассеяния гармоник друг в друга уменьшается с увеличением величины отстройки гармоники от резонанса (т.е. с увеличением абсолютных значений индексов $2n$ и $2m$). В частности, пиковое (по индексу

модуляции) значение произведения $J_{2m}(P_\Omega)J_{2n}(P_\Omega)$ уменьшается с увеличением индексов n и m . Более того, с увеличением n и m , для максимизации $J_{2m}(P_\Omega)J_{2n}(P_\Omega)$ необходимо использовать большие значения индексов модуляции: $P_\Omega \geq \max(2|n|, 2|m|)$. Однако максимальная величина $P_\Omega \sim E_M \Lambda$ ограничена следующими факторами. Во-первых, увеличение амплитуды модулирующего поля с определённого значения приводит к быстрой ионизации среды из возбуждённых состояний инвертированного перехода и уменьшению коэффициента усиления среды, g_0 . Во-вторых, увеличение длины волны модулирующего поля приводит к усилению дисперсии плазмы на частоте модулирующего поля, т.е. к увеличению ΔK .

Кроме того, амплитуда когерентно рассеянного поля от m -й гармоники на частоте n -й гармоники зависит от толщины среды через параметр ΔKx . Как было показано выше, это связано с тем, что данное поле представляет собой сумму парциальных волн, генерируемых во всех предшествующих слоях среды за счёт рассеяния поля m -й гармоники на волне модуляции, распространяющейся с фазовой скоростью модулирующего поля, которая отличается от фазовой скорости высоких гармоник вследствие дисперсии плазмы. Кроме того, из (1.70) видно, что амплитуда суммарного когерентно рассеянного поля на частоте n -й гармоники (второе слагаемое в (1.70)) зависит от начальной фазы модулирующего поля ϑ и от начального распределения фаз высоких гармоник φ_n . Таким образом, в зависимости от соотношения между ϑ , ΔKx и φ_n эффективность усиления гармоник может быть либо увеличена благодаря конструктивной интерференции когерентно рассеянного поля с полем гармоник, либо уменьшена из-за их деструктивной интерференции, либо остаться неизменной (как в случае независимого усиления гармоник), если амплитуда когерентно рассеянного поля равняется нулю.

Далее, пусть условие (1.62) является выполненным благодаря правильному выбору индекса модуляции P_Ω . Кроме того, в дальнейших аналитических оценках будет предполагаться, что отношение $g_0/\Delta K$ является достаточно малым, так что второе слагаемое в (1.70) может быть рассмотрено как малая добавка к первому слагаемому. Тогда в нулевом порядке теории возмущений $\tilde{A}_n(x, \omega) = \tilde{A}_n(x=0, \omega) \exp[g_{\text{eff}}x/(1-i\omega/\gamma_z)]$ для любого $-N \leq n \leq N$, где введено обозначение $g_{\text{eff}} = g_0 J^2(P_\Omega)$ - эффективный коэффициент усиления. Стоит отметить, что в отличие от ранее введённых эффективных коэффициентов усиления, которые зависят в том числе от времени τ (см., к примеру, (1.49)) и характеризуют усиление падающего квазимонохроматического резонансного поля с огибающей $\theta(\tau)$, введённый здесь коэффициент усиления g_{eff} не зависит от времени и является коэффициентом усиления для всех

высоких гармоник с произвольной временной огибающей (формой спектрального контура гармоники) в рассматриваемой совокупности в силу выполнения условия (1.62). При этом конечность времени поляризационного отклика среды, которое в (1.49) описывается множителем $(1 - e^{-\gamma_z \tau})$, в (1.70) учитывается множителем $(1 - i\omega/\gamma_z)^{-1}$, который ответственен за изменение формы спектрального контура высокой гармоники.

Далее, в первом порядке теории возмущений (1.70) принимает вид:

$$\tilde{A}_n(x, \omega) = E_0 a(\omega) e^{g_{\text{eff}} x / (1 - i\omega/\gamma_z)} \left[e^{i\varphi_n} + \frac{g_0 J^2(P_\Omega) / \Delta K}{1 - i\omega/\gamma_z} \sum_{\substack{m=-N \\ m \neq n}}^N e^{i\varphi_m} \operatorname{sgn}(J_{2m} J_{2n}) \frac{\sin[(m-n)\Delta K x]}{(m-n)} e^{i(m-n)(\Delta K x + 2g)} \right], \quad (1.71)$$

где учитывается граничное условие $\tilde{A}_n(x=0, \omega) = E_0 e^{i\varphi_n} a(\omega)$, $\operatorname{sgn}(x) = 1$ при $x \geq 0$, $\operatorname{sgn}(x) = -1$ при $x < 0$, а $J_{2n} \equiv J_{2n}(P_\Omega)$.

Далее следует сформулировать достаточное условие применимости теории возмущений в рассматриваемом случае. Вначале нужно оценить $J^2(P_\Omega)$. Как видно из решения (1.30), спектр усиления оптически модулированной водородоподобной активной среды состоит из линий усиления, которые отстоят от средней по времени частоты резонансных переходов ω_z на чётное и нечётное число частот модулирующего поля Ω и с коэффициентами усиления, пропорциональными $J_{2n}^2(P_\Omega)$ и $J_{2n+1}^2(P_\Omega)$, соответственно. Т.к. $\sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(P_\Omega) = 1$, то, как показано в работе [34], при выполнении условия (1.62) полное усиление среды перераспределяется примерно поровну между индуцированными линиями усиления. Таким образом, можно положить $J_n^2(P_\Omega) \approx J_m^2(P_\Omega)$ для произвольных индексов n и m . Для наиболее эффективного усиления падающего поля (1.61) число индуцированных линий усиления чётного порядка должно примерно равняться числу усиливаемых гармоник (при этом полное число линий усиления оказывается в два раза большим). Тогда $J^2(P_\Omega)$ можно оценить как $1/[2(2N+1)]$.

Далее, необходимо оценить сумму во втором слагаемом в квадратных скобках в (1.71). Т.к. модуль суммы меньше суммы модулей величин, входящих в сумму, а $|\sin(x)| \leq 1$, справедливо следующее неравенство:

$$\left| \sum_{\substack{m=-N \\ m \neq n}}^N \operatorname{sgn}(J_{2n} J_{2m}) \frac{\sin[(m-n)\Delta K x]}{m-n} e^{i(m-n)(\Delta K x + 2g)} \right| \leq \sum_{\substack{m=-N \\ m \neq n}}^N \frac{1}{|m-n|}. \quad (1.72)$$

Вводя замену индексов $k = m - n$, можно получить

$$\sum_{\substack{k=-N-n \\ k \neq 0}}^{N-n} \frac{1}{|k|} = \sum_{k=1}^{N-n} \frac{1}{k} + \sum_{k=1}^{N+n} \frac{1}{k} \leq 2 \sum_{k=1}^N \frac{1}{k}. \quad (1.73)$$

Последняя сумма в (1.73) является частичной суммой гармонического ряда, которая может быть оценена как $\sum_{k=1}^N k^{-1} \leq \ln(N) + 1$. Наконец, $|1 - i\omega/\gamma_z|^{-1} \leq 1$.

Таким образом, достаточным условием применимости теории возмущений является неравенство:

$$\frac{g_0}{\Delta K} \cdot \frac{\ln N + 1}{2N + 1} \ll 1. \quad (1.74)$$

Условие (1.74) выполняется (а) либо при относительно сильной плазменной дисперсии для модулирующего поля, (б) либо при не слишком большом коэффициенте усиления для ВУФ поля, (в) либо при большом количестве усиливаемых высоких гармоник, либо при выполнении любой комбинации этих условий.

Временная зависимость амплитуды n -й высокой гармоники получается из (1.71) обратным преобразованием Фурье и имеет вид:

$$\tilde{E}_n(x, \tau) = \tilde{E}_{\text{indep}}(x, \tau) e^{i\varphi_n} + \frac{g_0}{\Delta K} J^2(P_\Omega) B(x, \tau) \sum_{\substack{m=-N \\ m \neq n}}^N e^{i\varphi_m} \operatorname{sgn}[J_{2n} J_{2m}] \frac{\sin[(m-n)\Delta K x]}{m-n} e^{i(m-n)(\Delta K x + 2\vartheta)}, \quad (1.75)$$

где $\tilde{E}_{\text{indep}}(x, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} E_0 a(\omega) \exp[g_{\text{eff}} x / (1 - i\omega/\gamma_z)] e^{-i\omega\tau} d\omega$ — пространственно-временная зависимость амплитуды n -й высокой гармоники в случае её независимого усиления в модулированной активной среде, $B(x, \tau) = \partial \tilde{E}_{\text{indep}}(x, \tau) / \partial (g_{\text{eff}} x)$ — фактор, описывающий пространственно-временную зависимость когерентно рассеянного поля и учитывающий тот факт, что рассеянное поле генерируется с некоторой задержкой относительно поля гармоник. В работе [44] показано, что для рассматриваемой временной огибающей высоких гармоник (1.63) $\tilde{E}_{\text{indep}}(x, \tau)$ имеет вид:

$$\tilde{E}_{\text{indep}}(x, \tau) = E_0 \theta(\tau) \left[1 + e^{-\gamma_z \tau} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(g_{\text{eff}} x)^{k+1}}{(k+1)!} \sum_{m=k+1}^{\infty} \frac{(\gamma_z \tau)^m}{m!} \right]. \quad (1.76)$$

При этом в начальные моменты времени, когда $\gamma_z \tau < 1$, $\tilde{E}_{\text{indep}}(x, \tau)$ может быть приближённо описано следующим выражением: $\tilde{E}_{\text{indep}}(x, \tau) \simeq E_0 \theta(\tau) \left[1 + e^{-\gamma_z \tau} \left(I_0 \left(2\sqrt{g_{\text{eff}} x \gamma_z \tau} \right) - 1 \right) \right]$, где $I_0(x)$ - модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

Согласно решению (1.75) амплитуда когерентно рассеянного поля, возникающего за счёт рассеяния m -й гармоники в n -ю гармонику (каждое слагаемое суммы в (1.75)) определяется набегом фазы модулирующего поля $\Delta K x$, а также разностью $m - n$ и производной амплитуды гармоники в случае её независимого усиления по эффективной оптической толщине, $g_{\text{eff}} x$,

модулированной активной среды, в то время как фаза когерентно рассеянного поля зависит от комбинации $\Delta Kx + 2\mathcal{G}$, знака произведения функций Бесселя $J_{2n}(P_\Omega)$ и $J_{2m}(P_\Omega)$, разности начальных фаз m -й и n -й гармоник, $\varphi_m - \varphi_n$, а также от знака $\sin[(m-n)\Delta Kx]/(m-n)$. При фиксированной начальной фазе модулирующего поля \mathcal{G} полное когерентно рассеянное поле на частоте n -й гармоники является квазипериодической функцией x с характерным периодом $L_p = \pi/\Delta K$, а при фиксированной толщине среды x – периодической функцией начальной фазы \mathcal{G} с периодом $\mathcal{G}_p = \pi$. На толщине среды, соответствующей $\Delta Kx = k\pi$, где k – натуральное число, когерентно рассеянное поле равняется нулю, и амплитуды гармоник оказываются такими же, как и в случае их независимого усиления. Стоит отметить, что хотя аналитическое решение (1.75) подразумевает выполнение условия (1.74), оно остаётся качественно справедливым даже тогда, когда условие (1.74) не выполнено, что будет показано ниже путём сопоставления с результатами численного моделирования на основе системы уравнений (1.13).

1.5.2. Когерентные эффекты в процессе усиления трёх высоких гармоник: аналитическое решение

Далее рассматриваются основные эффекты, которые возникают при усилении совокупности высоких гармоник вследствие их когерентного рассеяния друг в друга или, другими словами, из-за интерференции поля усиливаемых высоких гармоник с формируемым многочастотным когерентно рассеянным полем. В данном разделе будут проведены оценки на основе полученного в разделе 1.5.1 аналитического решения. Для простоты предполагается, что на входе в среду имеется совокупность трёх ($N=1$ в решении (1.75)) высоких гармоник, а индекс модуляции равняется $P_\Omega \simeq 1,84$. В этом случае равенство $J_0(1,84) = J_2(1,84) \equiv J$ выполняется строго, и в активной плазме с высокой концентрацией свободных электронов гармоники падающего излучения усиливались бы независимо друг от друга с одинаковым коэффициентом усиления $g_0 J^2$. Тогда согласно решению (1.75) комплексные амплитуды гармоник будут иметь вид:

$$\begin{aligned}\tilde{E}_{-1}(x, \tau) &= \tilde{E}_{\text{indep}}(x, \tau) e^{i\varphi_{-1}} + \frac{g_0 J^2}{\Delta K} B(x, \tau) e^{i\varphi_0} \sin(\Delta K x) e^{i(\Delta K x + 2\vartheta)} + \frac{g_0 J^2}{2\Delta K} B(x, \tau) e^{i\varphi_1} \sin(2\Delta K x) e^{i2(\Delta K x + 2\vartheta)}, \\ \tilde{E}_0(x, \tau) &= \tilde{E}_{\text{indep}}(x, \tau) e^{i\varphi_0} + \frac{g_0 J^2}{\Delta K} B(x, \tau) e^{i\varphi_{-1}} \sin(\Delta K x) e^{-i(\Delta K x + 2\vartheta)} + \frac{g_0 J^2}{\Delta K} B(x, \tau) e^{i\varphi_1} \sin(\Delta K x) e^{i(\Delta K x + 2\vartheta)}, \\ \tilde{E}_1(x, \tau) &= \tilde{E}_{\text{indep}}(x, \tau) e^{i\varphi_1} + \frac{g_0 J^2}{2\Delta K} B(x, \tau) e^{i\varphi_{-1}} \sin(2\Delta K x) e^{-i2(\Delta K x + 2\vartheta)} + \frac{g_0 J^2}{\Delta K} B(x, \tau) e^{i\varphi_0} \sin(\Delta K x) e^{-i(\Delta K x + 2\vartheta)},\end{aligned}\quad (1.77)$$

где $\tilde{E}_{\text{indep}}(x, \tau)$ определяется выражением (1.76), а, значит, $\tilde{E}_{\text{indep}}(x, \tau)$ и $B(x, \tau)$ являются действительными функциями. Тогда при выполнении условия (1.74) плотности энергии рассматриваемых гармоник, $W_n(x, \tau) = |\tilde{E}_n(x, \tau)|^2 / (8\pi)$, $n = 0, \pm 1$, в первом порядке теории возмущений определяются как

$$\begin{aligned}W_{-1}(x, \tau) &= W_{\text{indep}}(x, \tau) \left[1 + \frac{2g_0 J^2}{\Delta K} f(x, \tau) \sin(\Phi/2) \cos(\Psi_2/2 - \Psi_1) + \frac{g_0 J^2}{\Delta K} f(x, \tau) \sin(\Phi) \cos(\Psi_2) \right], \\ W_0(x, \tau) &= W_{\text{indep}}(x, \tau) \left[1 + \frac{4g_0 J^2}{\Delta K} f(x, \tau) \sin(\Phi/2) \cos(\Psi_1) \cos(\Psi_2/2) \right], \\ W_1(x, \tau) &= W_{\text{indep}}(x, \tau) \left[1 + \frac{2g_0 J^2}{\Delta K} f(x, \tau) \sin(\Phi/2) \cos(\Psi_2/2 + \Psi_1) + \frac{g_0 J^2}{\Delta K} f(x, \tau) \sin(\Phi) \cos(\Psi_2) \right],\end{aligned}\quad (1.78)$$

где $W_{\text{indep}}(x, \tau) = \tilde{E}_{\text{indep}}^2(x, \tau) / (8\pi)$ – плотность энергии отдельной (любой из 3-х) гармоники в случае её распространения в плазме с высокой концентрацией свободных электронов (т.е. независимого усиления), $\Phi = 2\Delta K x$ – удвоенный фазовый набег модулирующего поля в плазме, $\Psi_1 = (\Delta\varphi_{1,0} + \Delta\varphi_{-1,0})/2$, $\Psi_2 = \Phi + 4\vartheta + \Delta\varphi_{1,0} - \Delta\varphi_{-1,0}$, $\Delta\varphi_{1,0} = \varphi_1 - \varphi_0$ – разность начальных фаз 1-й и 0-й гармоник, $\Delta\varphi_{-1,0} = \varphi_{-1} - \varphi_0$ – разность начальных фаз -1-й и 0-й гармоник, а

$f(x, \tau) = B(x, \tau) / \tilde{E}_{\text{indep}}(x, \tau)$, и в рассматриваемом случае временной огибающей высоких гармоник $f(x, \tau)$ имеет вид:

$$f(x, \tau) = \frac{e^{-\gamma_z \tau} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(g_{\text{eff}} x)^k}{k!} \sum_{m=k+1}^{\infty} \frac{(\gamma_z \tau)^m}{m!}}{1 + e^{-\gamma_z \tau} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(g_{\text{eff}} x)^{k+1}}{(k+1)!} \sum_{m=k+1}^{\infty} \frac{(\gamma_z \tau)^m}{m!}}. \quad (1.79)$$

Временные зависимости фактора $f(x, \tau)$, определяемого (1.79), для разных значений эффективной оптической толщины, $g_{\text{eff}} x$, представлены на рисунке 1.9. Видно, что f является монотонно возрастающей функцией времени, которая достигает насыщения, $f \approx 1$, на временах $\gamma_z \tau \gg 1$. В оптически тонкой среде, где $g_{\text{eff}} x \ll 1$, фактор f не зависит от толщины среды и имеет вид $f(x, \tau) \approx 1 - \exp(-\gamma_z \tau)$. В этом случае характерное время установления стационарного значения $f(x, \tau)$ определяется временем жизни когерентности на переходах $|2\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ и $|3\rangle \leftrightarrow |1\rangle$, γ_z^{-1} . Однако с ростом оптической толщины характерное время установления функции $f(x, \tau)$ увеличивается, что приводит к уменьшению величины f в фиксированный момент времени. Стоит отметить, что такая картина наблюдается в рамках аналитического решения до тех пор, пока разность населённостей на переходах $|2\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ и $|3\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ не сильно изменилась относительно своего начального значения. Таким образом, фактор $f(x, \tau)$ учитывает (а) монотонный рост энергии когерентно рассеянного поля во времени и (б) монотонное её спадание с увеличением оптической толщины среды.

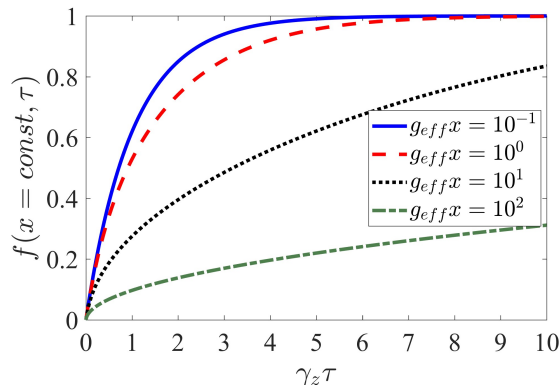


Рис. 1.9 Зависимость величины f от локального времени τ при различных значениях эффективной оптической толщины: $g_{\text{eff}} x = 10^{-1}$ (синяя сплошная линия), $g_{\text{eff}} x = 10^0$ (красная штриховая линия), $g_{\text{eff}} x = 10^1$ (чёрная пунктирная линия), $g_{\text{eff}} x = 10^2$ (штрих-пунктирная линия).

Для того, чтобы проанализировать влияние когерентного рассеяния на характеристики усиливаемых гармоник, удобно ввести (а) эффективность взаимного усиления гармоник

$$G = \left(\sum_{n=-1}^1 W_n - 3W_{\text{indep}} \right) / \left[3 \cdot \frac{g_0 J^2}{2\Delta K} f(x, \tau) W_{\text{indep}} \right], \quad (1.80)$$

которая характеризует добавку к плотности энергии гармоник от когерентно рассеянных полей, а также (б) величины, характеризующие асимметрию усиления гармоник (нормированные разности плотностей энергии гармоник разных порядков):

$$\begin{aligned} \Delta H_{0,1} &= (W_0 - W_1) / \left[\frac{g_0 J^2}{2\Delta K} f(x, \tau) W_{\text{indep}} \right], \\ \Delta H_{1,-1} &= (W_1 - W_{-1}) / \left[\frac{g_0 J^2}{2\Delta K} f(x, \tau) W_{\text{indep}} \right]. \end{aligned} \quad (1.81)$$

Подставляя в эти определения выражения (1.78), можно получить:

$$\begin{aligned} G &= \frac{16}{3} \sin(\Phi/2) \cos(\Psi_1) \cos(\Psi_2/2) + \frac{4}{3} \sin(\Phi) \cos(\Psi_2), \\ \Delta H_{0,1} &= 4 \sin(\Phi/2) \cos(\Psi_2/2 - \Psi_1) - 2 \sin(\Phi) \cos(\Psi_2), \\ \Delta H_{1,-1} &= -8 \sin(\Phi/2) \sin(\Psi_2/2) \sin(\Psi_1). \end{aligned} \quad (1.82)$$

Из (1.82) видно, что величины G , $\Delta H_{0,1}$ и $\Delta H_{1,-1}$ зависят от соотношения между фазами гармоник и начальной фазы модулирующего поля через параметры Ψ_1 и Ψ_2 . Последний из них также зависит от толщины среды посредством удвоенного фазового набег модулирующего поля в плазме, Φ . В дальнейшем предполагается, что $0 \leq \Psi_1 < 2\pi$, так как разность фаз между гармониками, кратная 2π , не приводит к иным физическим случаям, а Ψ_2 — любое, так как толщина среды, вообще говоря, ничем не ограничена.

Из (1.82), в частности, следует, что при $\Psi_1 = \pi/2$ и $\Psi_2 = \pi/2$ эффективность взаимного усиления гармоник будет равна нулю, $G = 0$. Это означает, что суммарная энергия гармоник будет такой же, как в случае их независимого усиления. При этом, однако, спектр гармоник становится ассиметричным, что непосредственно видно из значений параметров $\Delta H_{0,1} = 2\sqrt{2} \sin(\Phi/2)$ и $\Delta H_{1,-1} = -4\sqrt{2} \sin(\Phi/2)$. Таким образом, при толщине среды, удовлетворяющей условию $2\pi n < \Phi/2 < (2n+1)\pi$, где $n = 0, 1, 2, \dots$, $W_1 < W_0 < W_{-1}$, тогда как при $(2n+1)\pi < \Phi/2 < (2n+2)\pi$ реализуется противоположный случай $W_1 > W_0 > W_{-1}$. Если же толщина среды удовлетворяет условию $\Phi/2 = \pi n$, то амплитуды гармоник будут равны друг другу (как в случае их независимого усиления), тогда как амплитуды когерентно рассеянных полей равны нулю.

Далее, для нахождения условий, при которых эффективность взаимного усиления гармоник будет максимальной или минимальной, необходимо приравнять к нулю производные G по Ψ_1, Ψ_2 . В результате получается система двух уравнений относительно Ψ_1, Ψ_2 :

$$\begin{aligned}\sin(\Psi_1)\cos(\Psi_2/2) &= 0, \\ \sin(\Psi_2/2)[\cos(\Psi_1) + 2\cos(\Phi/2)\sin(\Psi_2)] &= 0.\end{aligned}\quad (1.83)$$

Эта система уравнений имеет следующее семейство решений.

Если $\Psi_1 = 0$, $\Psi_2 = 4\pi n$ или $\Psi_1 = \pi$, $\Psi_2 = 2(2n+1)\pi$, где n – целое число, то эффективность взаимного усиления гармоник будет равна

$$G_1 = \frac{16}{3}\sin(\Phi/2) + \frac{4}{3}\sin(\Phi).\quad (1.84)$$

Из (1.77) видно, что это решение соответствует случаю, когда когерентно рассеянные поля оказываются в фазе с излучением гармоник, в то время как сами гармоники являются синфазными друг к другу. При этом реализуется эффект взаимного (интерференционного) усиления гармоник. Важно отметить, что в силу определения Ψ_2 такое фазовое согласование можно реализовать лишь при определённой начальной фазе модулирующего поля, \mathcal{G} , и лишь на определённой толщине среды, Φ , которые связаны друг с другом соотношением $\mathcal{G} = -\Phi/4 + \Delta\varphi_{-1,0}/2$, где опущен фазовый набег кратный 2π , а $\Delta\varphi_{-1,0} = -\Delta\varphi_{1,0}$.

Если $\Psi_1 = 0$ и $\Psi_2 = 2(2n+1)\pi$ или же $\Psi_1 = \pi$ и $\Psi_2 = 4\pi n$, то

$$G_2 = -\frac{16}{3}\sin(\Phi/2) + \frac{4}{3}\sin(\Phi).\quad (1.85)$$

В этом случае суммарное когерентно рассеянное поле, генерируемое совокупностью гармоник разных порядков, оказывается в противофазе с излучением гармоник (которые по-прежнему являются синфазными друг другу), что приводит к меньшей энергии излучения, чем в случае независимого усиления гармоник в плотной плазме. При этом \mathcal{G} и Φ связаны друг с другом соотношением: $\mathcal{G} = -\pi/2 - \Phi/4 + \Delta\varphi_{-1,0}/2$. Таким образом, изменение начальной фазы модулирующего поля на $\pi/2$ относительно случая (1.84), или, что тоже самое, задержка падающего сигнала гармоник относительно модулирующего поля на четверть периода поля фундаментальной частоты, приводит к переходу от взаимного усиления к взаимному подавлению усиления излучения гармоник.

Оставшиеся решения системы (1.83) соответствуют промежуточной эффективности взаимного усиления гармоник. Так, если $\Psi_1 = \pi/2, 3\pi/2$ и $\Psi_2 = (2n+1)\pi$, что соответствует $\Delta\varphi_{1,0} = -\Delta\varphi_{-1,0} + \pi$ и $\mathcal{G} = -\Phi/4 + \Delta\varphi_{-1,0}/2$, то

$$G_3 = -\frac{4}{3} \sin(\Phi). \quad (1.86)$$

Если же $\Psi_1 = 0$, а Ψ_2 удовлетворяет соотношению $\cos(\Psi_2/2) = -0.5/\cos(\Phi/2)$, что реализуется только при $|\cos(\Phi/2)| > 1/2$, эффективность интерференционного усиления будет равна

$$G_4 = -\frac{4}{3} \operatorname{tg}(\Phi/2) - \frac{4}{3} \sin(\Phi). \quad (1.87)$$

А если $\Psi_1 = \pi$ и выполняется условие $\cos(\Psi_2/2) = 0.5/\cos(\Phi/2)$, что опять же возможно при $|\cos(\Phi/2)| > 1/2$, то

$$G_5 = 4 \operatorname{tg}(\Phi/2) - \frac{4}{3} \sin(\Phi). \quad (1.88)$$

Зависимости эффективности усиления гармоник от толщины среды в найденных «предельных» режимах интерференционного усиления (1.84)–(1.88) изображены на рисунке 1.10. Стоит отметить, что каждая точка на кривых рисунка 1.10 соответствует определённым (и, в общем случае, различным) значениям начальной фазы модулирующего поля и фаз гармоник на входе в среду, которые связаны между собой соответствующими значениями Ψ_1 и Ψ_2 (1.84)–(1.88). Видно, что при распространении излучения гармоник в модулированной активной среде эффект их взаимного усиления периодически сменяется эффектом взаимного подавления усиления. В то же время следует отметить, что при любом возможном (в том числе, отрицательном) значении коэффициента G передача энергии происходит от среды к полю, т.е. по мере распространения в среде излучение гармоник усиливается. При этом коэффициент G характеризует отличие пространственной зависимости суммарной плотности энергии гармоник от функции $W_{\text{инdep}}(x, \tau)$. Минимальная толщина среды, при которой взаимное усиление трёх гармоник оказывается наибольшим, соответствует $\Phi_{\text{opt}} \approx 0,76\pi$. При этом $G_1(\Phi_{\text{opt}}) \approx 5,87$, $G_2(\Phi_{\text{opt}}) \approx -4,11$, $G_3(\Phi_{\text{opt}}) \approx -0,91$, тогда как G_4 и G_5 не существуют.

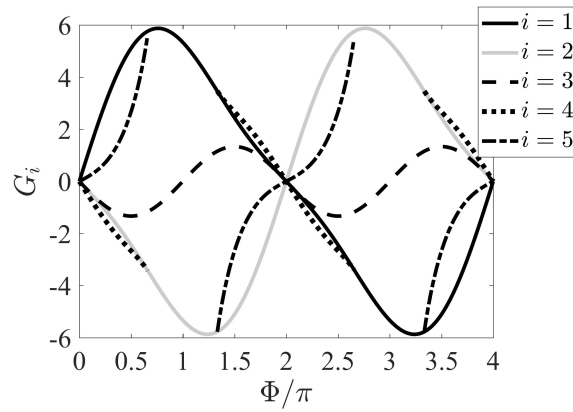


Рис. 1.10 Зависимость эффективности взаимного усиления трёх гармоник от нормированной толщины среды Φ при значениях Ψ_1 и Ψ_2 , соответствующих (1.84) (чёрная сплошная линия), (1.85) (серая сплошная линия), (1.86) (чёрная штриховая линия), (1.87) (чёрная пунктирная линия), (1.88) (чёрная штрих-пунктирная линия).

Эффективность взаимного усиления гармоник, а также асимметрия их спектра (см. (1.82)) существенным образом зависят от начальной фазы модулирующего поля \mathcal{G} (или, что тоже самое, от задержки между модулирующим полем и излучением гармоник на масштабе периода модулирующего поля). Для двух «предельных» комбинаций начальных фаз гармоник, а именно (а) все три гармоники являются синфазными и (б) 1-я (или -1-я) гармоника находится в противофазе к синфазным 0-й и -1-й (или 0-й и 1-й) гармоникам, и оптимального значения $\Phi = \Phi_{\text{opt}}$, данные зависимости построены на рисунке 1.11.

Из рисунка 1.11(а) видно, что если падающее излучение гармоник является синфазным, то в процессе усиления спектр гармоник остаётся симметричным, т.е. амплитуды ± 1 -х гармоник равны друг другу при любом значении параметра \mathcal{G} . В то же время, в зависимости от значения \mathcal{G} амплитуда центральной компоненты оказывается больше или меньше амплитуд ± 1 -х гармоник. Так, в случае наиболее эффективного взаимного усиления гармоник, который достигается при $\mathcal{G} = -0,19\pi$, $\Psi_1 = \Psi_2 = 0$ и $\Delta\varphi_{-1,0} = \Delta\varphi_{1,0} = 0$, получается $\Delta H_{0,1}(\Phi_{\text{opt}}) \approx 2,35$ и $\Delta H_{1,-1}(\Phi_{\text{opt}}) = 0$, т.е. $W_0 > W_1 = W_{-1}$. При изменении начальной фазы модулирующего поля на $\pi/2$, а именно, при $\mathcal{G} = 0,31\pi$, реализуется обратный случай — интерференционное подавление усиления. При этом $\Delta H_{0,1}(\Phi_{\text{opt}}) \approx -5,09$ и $\Delta H_{1,-1}(\Phi_{\text{opt}}) = 0$, т.е. $W_0 < W_1 = W_{-1}$. Если же одна из боковых гармоник падающего излучения находится в противофазе к излучению остальных гармоник, например, $\Delta\varphi_{1,0} = \pi$ и $\Delta\varphi_{-1,0} = 0$ ($\Psi_1 = \pi/2$, см. рисунок 1.11(б)), то зависимость асимметрии спектра гармоник от начальной фазы модулирующего поля оказывается более сложной. К примеру, если $\mathcal{G} = -0,19\pi$ ($\Psi_2 = \pi$), то $\Delta H_{0,1}(\Phi_{\text{opt}}) \approx 5,09$ и

$\Delta H_{1,-1}(\Phi_{\text{opt}}) = -7,44$, т.е. $W_{-1} > W_0 > W_1$; если же $\vartheta = 0,31\pi$ ($\Psi_2 = 3\pi$), то $\Delta H_{0,1}(\Phi_{\text{opt}}) \approx -2,35$ и $\Delta H_{1,-1}(\Phi_{\text{opt}}) = 7,44$, т.е. $W_{-1} < W_0 < W_1$. Соответственно, в этом случае изменение начальной фазы модулирующего поля на $\pi/2$ приводит к зеркальному отражению спектра гармоник относительно 0-й компоненты.

Таким образом, если падающее поле гармоник не является синфазным, взаимное усиление или подавление усиления излучения гармоник сопровождается нарушением симметрии их спектра. Данная асимметрия может иметь прикладное значение, так как позволяет корректировать амплитудные искажения спектра гармоник в процессе их усиления.

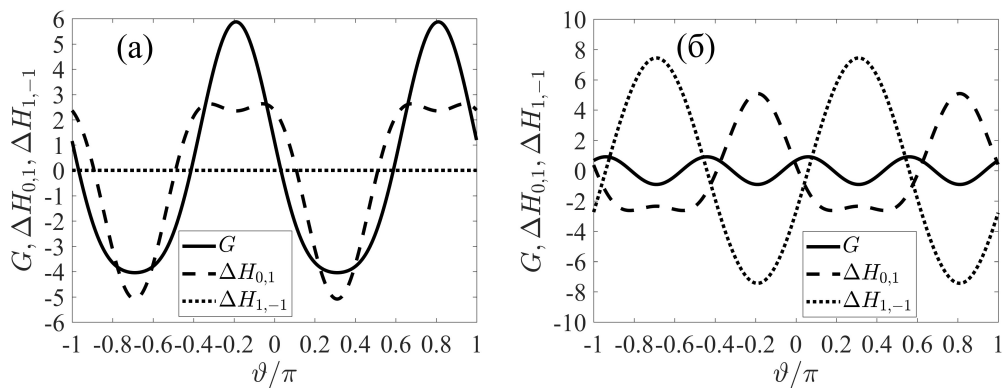


Рис. 1.11 Характеристики взаимного усиления трёх гармоник в зависимости от начальной фазы модулирующего поля ϑ . Сплошная линия соответствует эффективности взаимного усиления, а штриховая и пунктирная линии изображают нормированные разности плотностей энергии между 0-й и 1-й гармониками, а также между 1-й и -1-й гармониками (см. (1.82)). Толщина среды соответствует $\Phi_{\text{opt}} = 0,76\pi$. Рисунок (а) построен для случая синфазных гармоник, когда $\Psi_1 = 0$. Рисунок (б) соответствует $\Psi_1 = \pi/2$, при этом одна из боковых гармоник (1-я или -1-я) находится в противофазе с двумя другими гармониками.

В заключение данного раздела стоит ещё раз отметить, что наилучшие условия взаимного усиления трёх гармоник при индексе модуляции равном $P_\Omega \approx 1,84$ достигаются, когда (а) когерентно рассеянные поля конструктивно интерферируют с излучением гармоник, что реализуется при $\Delta\varphi_{-1,0} = -\Delta\varphi_{1,0}$ (гармоники синфазны друг к другу) и $\vartheta = -\Phi/4 + \Delta\varphi_{-1,0}/2$ ($\Psi_1 = \Psi_2 = 0$), и (б) амплитуды когерентно рассеянных полей являются максимальными, что соответствует $\Phi_{\text{opt}} \approx 0,76\pi$ (фазовый сдвиг на 2π здесь опущен). При этом согласно (1.82) в режиме наиболее эффективного интерференционного усиления амплитуда 0-й гармоники будет больше амплитуд ± 1 -х гармоник. Если же начальную фазу модулирующего поля ϑ сместить на $\pi/2$ (или, что то же самое, задержать сигнал гармоник на четверть периода модулирующего

поля), то когерентно рассеянные поля будут деструктивно интерферировать с излучением усиливаемых гармоник, приводя к максимальному уменьшению результирующей энергии поля на выходе из среды. При этом в режиме интерференционного подавления усиления на толщине среды, соответствующей $\Phi_{\text{opt}} \approx 0,76\pi$, амплитуда 0-й компоненты окажется меньше амплитуд ± 1 -х гармоник.

1.5.3. Когерентные эффекты в процессе усиления трёх высоких гармоник: результаты численного моделирования

Далее анализируются возможности интерференционного управления усилением совокупности трёх высоких гармоник оптического излучения в модулированной активной среде плазменного рентгеновского лазера на основе водородоподобных ионов Li^{2+} , характеристики которой приведены в разделе 1.3, на основе численного решения системы (1.13), в которой учитываются (а) нелинейные эффекты, возникающие вследствие изменения населённостей основного и возбуждённых состояний резонансных ионов, а также возбуждения квантовых когерентностей на переходах между возбуждёнными состояниями ионов, и (б) генерация усиленного спонтанного излучения ортогональной поляризации, которое может перекрываться во времени и пространстве с усиливаемым излучением гармоник и приводить к уменьшению эффективности их усиления вследствие увеличения населённости основного состояния ионов.

Так как интенсивность модулирующего поля полагается равной $I_M = 4 \times 10^{14} \text{ Вт/см}^2$, то индексу модуляции $P_\Omega \approx 1,84$ соответствует длина волны модулирующего поля $\Lambda \approx 0,78 \text{ мкм}$. Кроме того, для рассматриваемых параметров плазмы и модулирующего поля оптимальное значение параметра $\Phi \approx 0,76\pi$, найденное в предыдущем разделе, соответствует толщине среды, равной $L \approx 1,8 \text{ мм}$.

Интенсивность излучения отдельной гармоники на входе в среду была принята равной $I_0 = cE_0^2/(8\pi) = 1,1 \times 10^8 \text{ Вт/см}^2$, что соответствует плотности энергии поля отдельной гармоники $E_0^2/(8\pi) = 3,7 \text{ мДж/см}^3$. В этом случае на рассматриваемых толщинах среды (до 3 мм) усиленное спонтанное излучение оказывается значительно слабее суммарного излучения трёх гармоник, а эффектом насыщения усиления в начальные моменты времени ($\gamma_z \tau < 1$) можно пренебречь.

На рисунке 1.12 представлены результаты численных расчётов для суммарной энергии трёх гармоник, $W_{\text{total}}(x, \tau) = W_{-1} + W_0 + W_1$, (а) в зависимости от толщины среды, x , в момент времени $\tau = 200 \text{ фс}$, который удовлетворяет условию $\gamma_z \tau < 1$, и (б) в зависимости от времени τ на оптимальной толщине среды, $x = 1,8 \text{ мм}$, при разных комбинациях начальных фаз гармоник и начальной фазы модулирующего поля. Сплошная линия соответствует случаю взаимного усиления гармоник: $\Psi_1 = \Psi_2 = 0$. При этом, так как начальная фаза модулирующего поля определена с точностью до разности фаз между 0-й и -1-й гармониками, то в предположении

$\Delta\varphi_{-1,0} = \Delta\varphi_{1,0} = 0$ оптимальное значение начальной фазы модулирующего поля равняется $\vartheta = -\Phi_{\text{opt}}/4 \approx -0,19\pi$. В рассматриваемом случае суммарная энергия гармоник оказывается существенно больше, чем в случае их независимого усиления в плотной плазме (соответствующее решение на рисунке 1.12 изображено пунктирной линией), что согласуется с аналитическим решением, полученным в разделе 1.5.2. В то же время, штриховая линия на рисунке 1.12 соответствует условиям реализации эффекта интерференционного подавления усиления: $\Psi_1 = 0$, $\Psi_2 = 2\pi$ (при $\Delta\varphi_{-1,0} = \Delta\varphi_{1,0} = 0$ соответствующая начальная фаза модулирующего поля равна $\vartheta = -\pi/2 - \Phi_{\text{opt}}/4 \approx -0,69\pi$). В этом случае энергия гармоник оказывается существенно меньшей, чем в случае их независимого усиления в плотной плазме.

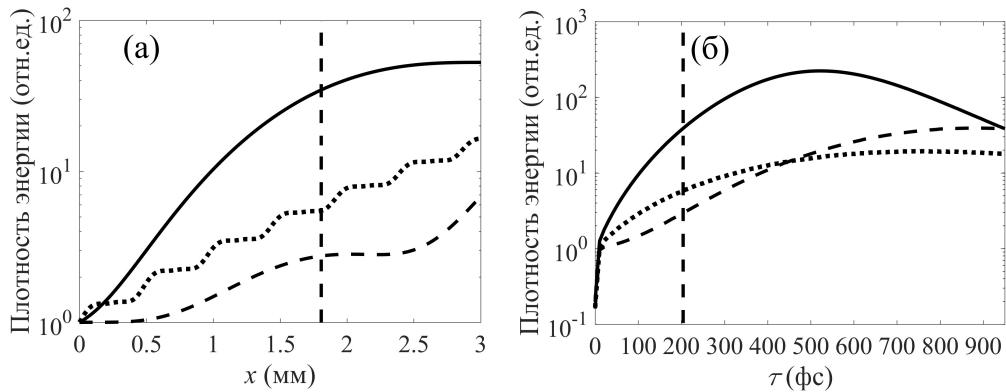


Рис. 1.12 Зависимость суммарной плотности энергии трёх гармоник (а) от толщины среды в окрестности момента времени 200 фс и (б) от локального времени на толщине среды, равной 1,8 мм. Сплошная линия соответствует $\vartheta = -0,19\pi$; штриховая линия соответствует $\vartheta = -0,69\pi$. Пунктирная линия соответствует случаю активной плазмы, в которой концентрация свободных электронов увеличена в 10 раз, а $\vartheta = 0$. Во всех случаях полагается $\Delta\varphi_{-1,0} = \Delta\varphi_{1,0} = 0$ (падающее излучение гармоник является синфазным). Вертикальными штриховыми линиями отмечены толщина среды и момент времени, при которых построены рисунки (б) и (а) соответственно.

Стоит отметить, что для моделирования плотной плазмы концентрация свободных электронов была увеличена в 10 раз в предположении, что в плазме присутствуют нерезонансные ионы (например, ионы водорода, см. [37]). При этом, как нетрудно видеть из рисунка 1.12(а), зависимость энергии гармоник от толщины среды (изображённая пунктирной линией) приближается к экспоненциальной функции с незначительными осцилляциями, обусловленными взаимным влиянием гармоник (которое в данном случае является слабым вследствие малости отношения $g_0/\Delta K$). При этом предполагалось $\Delta\varphi_{-1,0} = \Delta\varphi_{1,0} = \vartheta = 0$, т.к. в плотной плазме значения данных параметров не играют существенной роли. Важно отметить,

что характерный масштаб пространственных осцилляций энергии («ступенек») на рисунке 1.12(а) соответствует изменению параметра Φ на 2π . При этом, чем выше концентрация свободных электронов, тем пропорционально меньше период пространственных осцилляций энергии гармоник. Так, в случае плотной плазмы (пунктирная линия на рисунке 1.12(а)) концентрация свободных электронов составляет $3 \times 10^{18} \text{ см}^{-3}$, а пространственный период осцилляций энергии приблизительно равен 0,5 мм. Для остальных решений этот масштаб составляет порядка 5 мм и соответствующие осцилляции отображены на рисунке 1.12(а) лишь частично (так как максимальная рассматриваемая здесь толщина среды составляет 3 мм). Стоит отметить, что по масштабу пространственных осцилляций энергии можно определить концентрацию свободных электронов в плазме.

Далее, на рисунке 1.13 изображены спектры гармоник на оптимальной толщине среды, $x = 1,8 \text{ мм}$, в окрестности момента времени $\tau = 200 \text{ фс}$. Они наглядно показывают возможность интерференционного управления относительными амплитудами гармоник в процессе их усиления посредством изменения начальной фазы модулирующего поля и/или начальных фаз гармоник на входе в среду. Так, в условиях максимального интерференционного усиления гармоник при $\Delta\varphi_{-1,0} = \Delta\varphi_{1,0} = 0$ и $\mathcal{G} = -\Phi_{\text{opt}}/4 \approx -0,19\pi$ (рисунок 1.13(а)) 0-я гармоника приобретает наибольшую амплитуду, тогда как амплитуды ± 1 -х гармоник равны друг другу: $W_0 > W_1 = W_{-1}$. В то же время, в случае интерференционного подавления усиления гармоник при $\Delta\varphi_{-1,0} = \Delta\varphi_{1,0} = 0$ и $\mathcal{G} = -\pi/2 - \Phi_{\text{opt}}/4 \approx -0,69\pi$ (рисунок 1.13(б)) ситуация оказывается обратной: амплитуда 0-й гармоники существенно меньше амплитуд ± 1 -х гармоник, $W_0 < W_1 = W_{-1}$. Существует также возможность минимизировать амплитуду 1-й или -1-й гармоники. Так, если $\Delta\varphi_{-1,0} = 0$, а $\Delta\varphi_{1,0} = \pi$ и $\mathcal{G} = -\Phi_{\text{opt}}/4 \approx -0,19\pi$ (рисунок 1.13(в)), амплитуда 1-й гармоники будет меньше амплитуды 0-й, которая в свою очередь меньше амплитуды -1-й гармоники: $W_{-1} > W_0 > W_1$. Если же $\Delta\varphi_{-1,0} = \pi$ и $\Delta\varphi_{1,0} = 0$, а $\mathcal{G} = -\Phi_{\text{opt}}/4 \approx -0,19\pi$, достигается обратный результат, т.е. $W_{-1} < W_0 < W_1$, причём соотношения между амплитудами наиболее интенсивной, испытавшей среднее усиление, и наиболее слабой гармоник останутся неизменными. Также, на рисунке 1.13(г) представлен спектр гармоник в случае их усиления в плотной плазме (когда концентрация свободных электронов в 10 раз больше, чем для рисунков 1.13(а,б,в)). Как и следовало ожидать, в этом случае все гармоники усиливаются одинаковым образом. Следует отметить, что зависимость асимметрии усиленного спектра гармоник от распределения их начальных фаз может использоваться не только для управления амплитудами гармоник (в частности, компенсации некоторой начальной асимметрии их спектра), но и для определения относительных фаз гармоник на входе в среду по амплитудам гармоник на выходе.

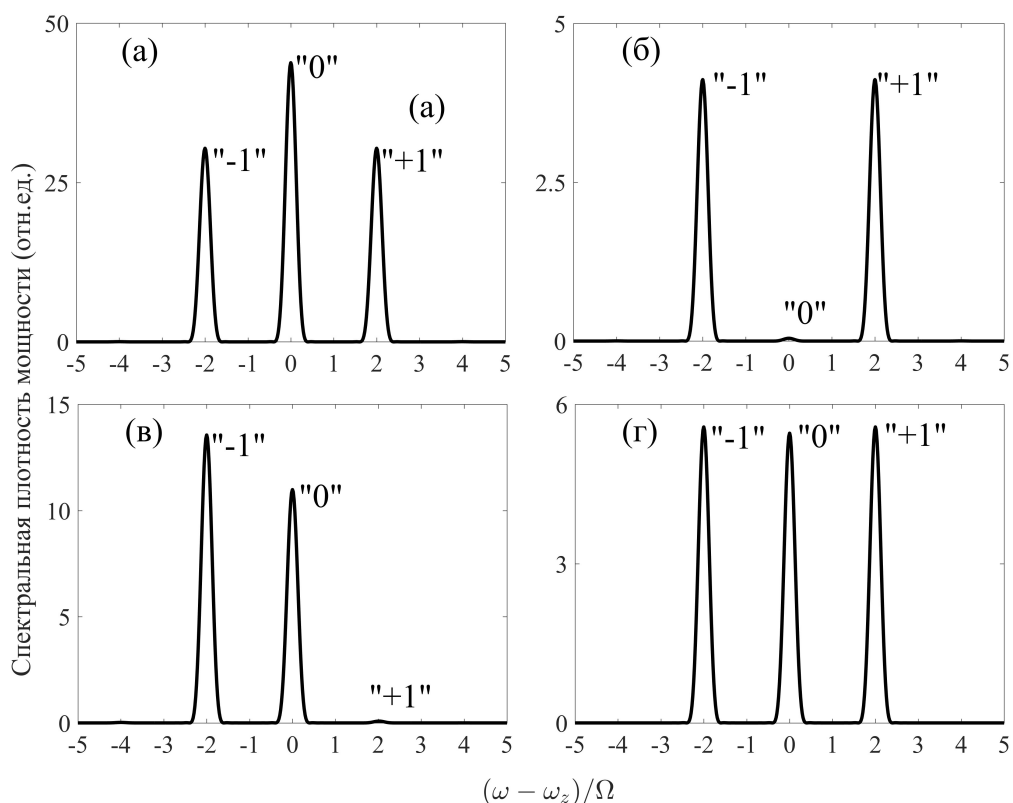


Рис. 1.13 Спектр излучения трёх гармоник на глубине среды, равной 1,8 мм, в окрестности момента времени 200 фс (см. рисунок 1.12): (а) $\vartheta = -0,19\pi$ и $\Delta\varphi_{-1,0} = \Delta\varphi_{1,0} = 0$; (б) $\vartheta = -0,69\pi$ и $\Delta\varphi_{-1,0} = \Delta\varphi_{1,0} = 0$ (в случаях (а) и (б) падающее излучение гармоник является синфазным); (в) $\vartheta = -0,19\pi$, $\Delta\varphi_{-1,0} = 0$ и $\Delta\varphi_{1,0} = \pi$ (1-я гармоника находится в противофазе с 0-й и -1-й); (г) соответствует плотной плазме, в которой концентрация свободных электронов увеличена в 10 раз, а $\vartheta = \Delta\varphi_{-1,0} = \Delta\varphi_{1,0} = 0$ (гармоники в фазе друг с другом).

Из приведённых в этом и предыдущем разделах результатов следует, что интерференция когерентно рассеянного поля с излучением высоких гармоник в модулированной активной плазме существенным образом влияет на эффективность передачи энергии от активной среды к резонансному излучению, а также на распределение энергии между гармониками разных порядков. Наиболее интересным эффектом при этом является эффект взаимного усиления гармоник, когда когерентно рассеянное поле, генерируемое за счёт взаимного рассеяния гармоник друг в друга, конструктивно интерферирует с излучением усиливаемых гармоник, что приводит к значительному увеличению суммарной энергии излучения по сравнению со случаем независимого усиления гармоник. Этот эффект наблюдается при определённой комбинации фаз высоких гармоник, начальной фазы модулирующего поля и толщины среды. В частности, этот эффект можно пронаблюдать в практически важном случае, когда высокие гармоники

синфазны друг к другу и, таким образом, образуют последовательность субфемто-/аттосекундных импульсов. В следующих двух разделах будут найдены оптимальные условия, при которых взаимное усиление гармоник обеспечивает максимальное увеличение эффективности усиления аттосекундных импульсов относительно их независимого усиления в плазме с высокой концентрацией свободных электронов.

1.5.4. Когерентное увеличение эффективности усиления аттосекундных импульсов: оптимизация на основе аналитического решения

Ниже рассматривается усиление субфемто-/аттосекундных импульсов, образованных совокупностью $2N + 1$ синфазных высоких гармоник. В этом случае при выполнении условия (1.74) амплитуда n -й гармоники будет определяться выражением (1.75), в котором $\varphi_n = 0$.

Для того чтобы проанализировать оптимальные условия увеличения эффективности усиления импульсов за счёт конструктивной интерференции поля гармоник с когерентно рассеянным полем, удобно ввести следующую величину:

$$G_{\text{coh}}(x, \tau, P_{\Omega}, \mathcal{G}) = \frac{I_{\text{pulse}} - I_{\text{pulse}}^{(\text{indep})}}{I_{\text{pulse}}^{(\text{indep})}}, \quad (1.89)$$

где I_{pulse} – пиковая интенсивность отдельного импульса в усиливаемой последовательности с учётом когерентно рассеянного поля:

$$I_{\text{pulse}} = \max \left[\frac{c}{8\pi} \left| \sum_{n=-N}^N \tilde{E}_n(x, \tau) e^{-i2n\Omega\tau} \right|^2 \right], \quad (1.90)$$

где максимум берётся по полупериоду модулирующего поля в окрестности момента времени τ , а $I_{\text{pulse}}^{(\text{indep})}$ – та же величина, только в случае независимого усиления гармоник, т.е. в отсутствие когерентно рассеянного поля. Если $G_{\text{coh}} > 0$, то полный вклад когерентно рассеянного поля в интенсивность гармоник является положительным, а если $G_{\text{coh}} \leq 0$ – отрицательным, и эффективность усиления гармоник оказывается подавленной вследствие деструктивной интерференции когерентно рассеянного поля с полем высоких гармоник.

В случае однородного усиления гармоник разных порядков, когда выполняется условие (1.62),

$$I_{\text{pulse}}^{(\text{indep})} = (2N + 1)^2 \max \left[c \tilde{E}_{\text{indep}}^2(x, \tau) / (8\pi) \right]. \quad (1.91)$$

Если рассеяние гармоник друг в друга является слабым (см. условие (1.74)), то в первом порядке малости по амплитуде когерентно рассеянного поля параметр G_{coh} принимает вид:

$$G_{\text{coh}}(x, \tau, P_{\Omega}, \mathcal{G}) = \frac{2g_0}{\Delta K} f(x, \tau) J^2(P_{\Omega}) F_{\text{interf}}(\Delta K x, \mathcal{G}, P_{\Omega}), \quad (1.92)$$

где в рассматриваемом случае временной огибающей гармоник на входе в среду ($a(\tau) = \theta(\tau)$) $f(x, \tau)$ определяется выражением (1.79), а

$$F_{\text{interf}}(\Delta Kx, \vartheta, P_{\Omega}) = \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N \sum_{\substack{m=-N \\ m \neq n}}^N \text{sgn}(J_{2n} J_{2m}) \frac{\sin[(m-n)\Delta Kx]}{m-n} \cos[(m-n)(\Delta Kx + 2\vartheta)]. \quad (1.93)$$

Согласно (1.92) G_{coh} определяется произведением четырёх множителей. Первым множителем является $2g_0/\Delta K$, который характеризует эффективность взаимного рассеяния гармоник. Вторым множителем является $f(x, \tau)$, который определяет временную зависимость параметра G_{coh} , обусловленную изменением формы спектра отдельной гармоники в процессе усиления. Третьим множителем является нормированный коэффициент усиления для рассматриваемой совокупности $2N+1$ высоких гармоник, который при выполнении условия (1.62) одинаков для всех гармоник. И наконец, четвёртый множитель F_{interf} характеризует фазовую согласованность когерентно рассеянного поля с излучением гармоник. Важно отметить, что G_{coh} как функция безразмерных параметров $\gamma_z \tau$, ΔKx , ϑ и P_{Ω} не зависит от характеристик активной среды за исключением отношения $2g_0/\Delta K$.

В оптимальных условиях величина G_{coh} максимальна. Для её максимизации для фиксированной совокупности высоких гармоник необходимо определить индекс модуляции, обеспечивающий наиболее однородное и эффективное усиление гармоник разных порядков, а также определить оптимальные значения толщины среды x и начальной фазы модулирующего поля ϑ , при которых величина F_{interf} достигает наибольшего значения. Ниже при поиске оптимальных условий величина G_{coh} будет нормирована на коэффициент $(2g_0/\Delta K)f(g_{\text{eff}}x, \gamma_z \tau)$. Такая нормировка позволяет получить результаты, справедливые для произвольных значений параметров $2g_0/\Delta K$, $\gamma_z \tau$ и $g_{\text{eff}}x$ в пределах применимости решения (1.75).

Для начала будет рассмотрен случай совокупности трёх высоких гармоник ($N=1$). Для однородного усиления гармоник индекс модуляции должен удовлетворять условию (1.62), которое в случае трёх высоких гармоник сводится к выражению

$$|J_0(P_{\Omega})| = |J_2(P_{\Omega})|. \quad (1.94)$$

Равенству (1.94) удовлетворяют следующие индексы модуляции:

$$P_{\Omega} = \{1,84; 3,83; 5,33; 7,01; \dots\}. \quad (1.95)$$

На рисунке 1.14(а) представлены зависимости $|J_0(P_{\Omega})|$ и $|J_2(P_{\Omega})|$, в то время как на рисунке 1.14(б) показаны значения $J^2(P_{\Omega})$ (см. (1.62)) для индексов модуляции (1.95). Данные индексы модуляции могут быть разделены на две группы. К первой группе относятся такие значения P_{Ω} , при которых $J_0(P_{\Omega}) = J_2(P_{\Omega})$, а ко второй группе – индексы модуляции, при

которых $J_0(P_\Omega) = -J_2(P_\Omega)$. Указанная разница в знаках функций Бесселя приводит к разным зависимостям F_{interf} от ΔKx и \mathcal{G} для этих двух групп индексов модуляции.

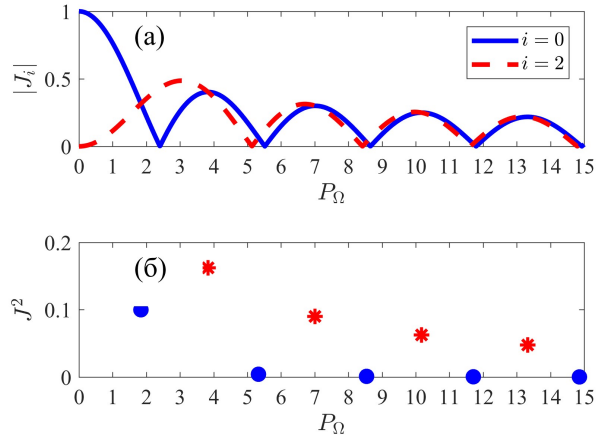


Рис. 1.14 (а) Зависимость модуля функции Бесселя первого рода i -го порядка от индекса модуляции. Синяя сплошная и красная штриховая линии соответствуют $i = 0$ и $i = 2$, соответственно. (б) Квадрат среднего значения функций Бесселя первого рода порядков $i = -2, 0, 2$ (обозначен как $J^2(P_\Omega)$, см. (1.62)) для индексов модуляции, удовлетворяющих условию (1.94). Синие кружки соответствуют индексам модуляции из первой группы, для которых $J_0(P_\Omega) = J_2(P_\Omega)$, а красные звёздочки – индексам модуляции из второй группы, для которых $J_0(P_\Omega) = -J_2(P_\Omega)$.

Для индексов модуляции из первой группы соответствующая зависимость $F_{\text{interf}}^{(1)}(\Delta Kx, \mathcal{G})$ показана на рисунке 1.15(а) (верхний индекс у F_{interf} показывает, что соответствующий индекс модуляции относится к первой группе). Эта зависимость построена в пределах $0 \leq \Delta Kx \leq \pi$ и $0 \leq \mathcal{G} \leq \pi$, что вследствие периодичности F_{interf} , см. (1.93), достаточно для полного представления свойств этой функции. Стоит ещё раз отметить, что изменение величины \mathcal{G} на π не приводит к физически иным результатам, тогда как увеличение ΔKx на π приводит к изменению физической толщины среды и, как следствие, к увеличению её эффективной оптической толщины, а также к изменению I_{pulse} и G_{coh} . Зависимость $F_{\text{interf}}^{(1)}(\Delta Kx, \mathcal{G})$ состоит из нескольких областей, в которых $F_{\text{interf}} > 0$ (и как следствие, $G_{\text{coh}} > 0$), и интенсивность импульсов совокупности высоких гармоник больше, чем в случае их независимого усиления на той же толщине среды. При $\Delta Kx \approx 0,38\pi + p\pi$, где $p = \{0, 1, 2, \dots\}$, и $\mathcal{G} \approx 0,81\pi$ достигаются абсолютные максимумы зависимости $F_{\text{interf}}^{(1)}(\Delta Kx, \mathcal{G})$, величина которых равняется

$\max \{F_{\text{interf}}^{(1)}\} \approx 1,47$. При этом $\Delta Kx + 2\vartheta = 2\pi + p\pi$. В этом случае все слагаемые в (1.93) имеют один и тот же (положительный) знак. Как следствие, когерентно рассеянное поле оказывается полностью синфазным с излучением усиливаемых гармоник.

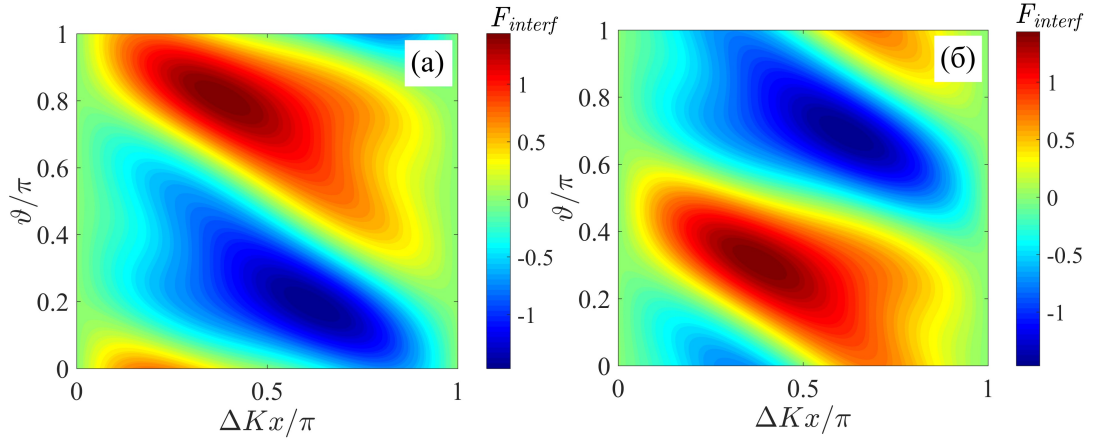


Рис. 1.15 Зависимость F_{interf} для совокупности трёх синфазных высоких гармоник от нормированной толщины среды, ΔKx , и от начальной фазы модулирующего поля, ϑ , для индексов модуляции P_Ω из (а) первой группы (синие кружки на рисунке 1.14(б)) и (б) второй группы (красные звёздочки на рисунке 1.14(б)).

На рисунке 1.15(б) показана зависимость $F_{\text{interf}}^{(2)}(\Delta Kx, \vartheta)$ для индексов модуляции из второй группы. Видно, что зависимости $F_{\text{interf}}^{(1)}(\Delta Kx, \vartheta)$ и $F_{\text{interf}}^{(2)}(\Delta Kx, \vartheta)$ на рисунке 1.15 совпадают друг с другом с точностью до постоянного сдвига ϑ на $\pi/2$. Дело в том, что такой сдвиг начальной фазы модулирующего поля приводит к возникновению множителя $(-1)^{m-n}$ в каждом слагаемом (1.93), который полностью компенсируется в случае $N=1$ (совокупности трёх высоких гармоник) и $J_0(P_\Omega) = -J_2(P_\Omega)$ (вторая группа индексов модуляции), т.к. $\text{sgn}(J_{2n}J_{2m}) = (-1)^{m-n}$. В результате максимумы зависимости $F_{\text{interf}}^{(2)}(\Delta Kx, \vartheta)$, $\max \{F_{\text{interf}}^{(2)}\} = \max \{F_{\text{interf}}^{(1)}\} \approx 1,47$, достигаются при $\Delta Kx \approx 0,38\pi + p\pi$, где $p = \{0,1,2,\dots\}$, и $\vartheta \approx 0,31\pi$, так что $\Delta Kx + 2\vartheta = \pi + p\pi$.

Таким образом, оптимальные условия взаимного усиления трёх высоких гармоник, образующих последовательность субфемто-/аттосекундных импульсов, при которых за счёт максимизации величин J^2 и F_{interf} достигается наибольшее значение G_{coh} , соответствуют следующим значениям P_Ω , ΔKx и ϑ :

$$P_{\Omega} \equiv P_{\Omega}^{(3\text{Harm})} = 3,83,$$

$$\Delta Kx \equiv (\Delta Kx)_{3\text{Harm}} \simeq 0,38\pi + p\pi, \text{ где } p = \{0,1,2,\dots\},$$

$$\mathcal{G} \equiv \mathcal{G}_{3\text{Harm}} \simeq 0,31\pi.$$
(1.96)

При этом значение G_{coh} , нормированное на $(2g_0/\Delta K)f(g_{\text{eff}}x, \gamma_z \tau)$, приблизительно равняется 0,24.

Далее аналогичным образом рассмотрен случай усиления пяти синфазных высоких гармоник ($N=2$). В этом случае оптимальные значения индекса модуляции должны удовлетворять условию

$$|J_0(P_{\Omega})| \simeq |J_2(P_{\Omega})| \simeq |J_4(P_{\Omega})|. \quad (1.97)$$

На рисунке 1.16(a) приведены зависимости модуля функций Бесселя первого рода 0-го, 2-го и 4-го порядков от индекса модуляции. Согласно этому рисунку условие (1.97) приблизительно выполняется в окрестности следующих значений P_{Ω} (см. чёрные штриховые прямоугольники на рисунке 1.16(a)):

$$P_{\Omega} = \{4,2; 6,5; 8,1; 9,8; 11,4; 13,1; 14,6; \dots\}. \quad (1.98)$$

Как и в случае трёх гармоник, индексы модуляции (1.98) можно разделить на две группы. К первой группе относятся значения $P_{\Omega} = \{4,2; 8,1; 11,4; 14,6; \dots\}$ (синие кружки на рисунке 1.16(б)), при которых $J_0(P_{\Omega}) \simeq -J_2(P_{\Omega}) \simeq -J_4(P_{\Omega})$. Соответствующая зависимость $F_{\text{interf}}^{(1)}(\Delta Kx, \mathcal{G})$ показана на рисунке 1.17(a). В этом случае области с положительным вкладом когерентно рассеянного поля в суммарное поле, где $F_{\text{interf}} > 0$ (и, таким образом, $G_{\text{coh}} > 0$), малы, а соответствующее максимальное значение $F_{\text{interf}}^{(1)}$ составляет $\max\{F_{\text{interf}}^{(1)}\} \simeq 0,38$, что меньше чем на рисунке 1.15. Уменьшение максимального значения $F_{\text{interf}}^{(1)}$ по сравнению со случаем трёх высоких гармоник обусловлено низкой степенью синхронизованности между различными компонентами когерентно рассеянного поля и поля высоких гармоник. Таким образом, для индексов модуляции из первой группы эффект взаимного усиления пяти синфазных гармоник оказывается относительно слабым и неустойчивым к небольшой вариации параметров ΔKx и \mathcal{G} .

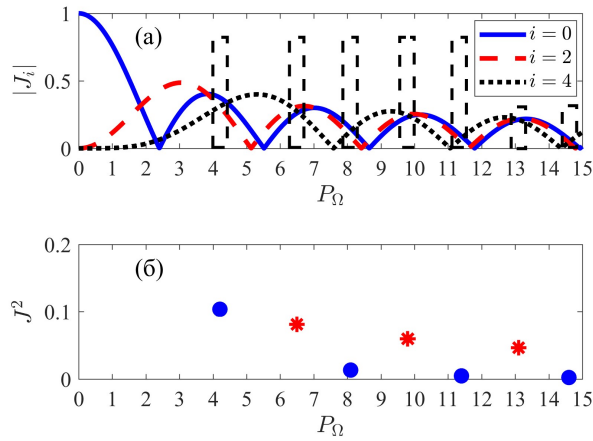


Рис. 1.16 (а) Зависимость модуля функции Бесселя первого рода i -го порядка от индекса модуляции. Синяя сплошная, красная штриховая и чёрная пунктирная линии соответствуют $i = 0, 2, 4$ соответственно. Чёрными штриховыми прямоугольниками показаны области значений P_Ω , в которых примерно удовлетворяется условие (1.97). (б) Квадрат среднего значения функций Бесселя первого рода порядков $i = -4, -2, 0, 2, 4$, $J^2(P_\Omega)$, для индексов модуляции, удовлетворяющих условию (1.97). Синие кружки соответствуют индексам модуляции из первой группы, для которых $J_0(P_\Omega) \approx -J_2(P_\Omega) \approx -J_4(P_\Omega)$, а красные звёздочки соответствуют индексам модуляции из второй группы, для которых $J_0(P_\Omega) \approx -J_2(P_\Omega) \approx J_4(P_\Omega)$.

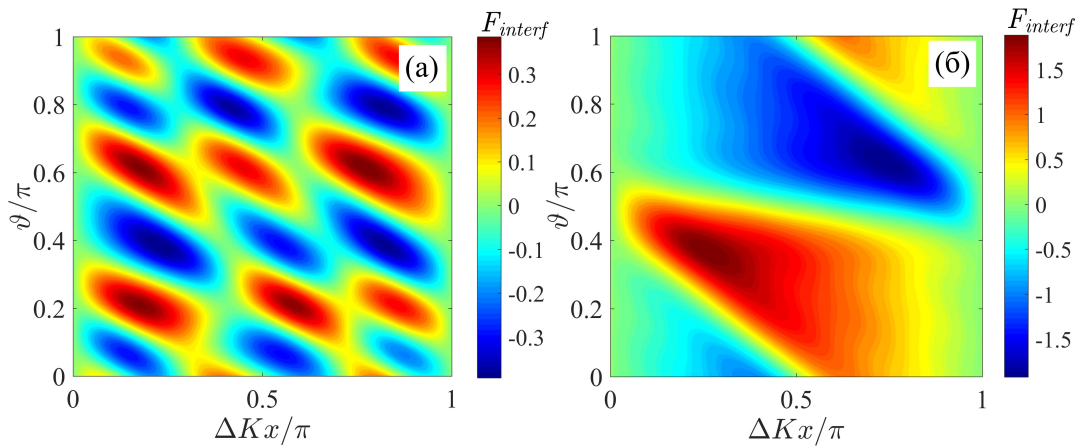


Рис. 1.17 Зависимость F_{interf} для совокупности пяти синфазных высоких гармоник от нормированной толщины среды, ΔKx , и от начальной фазы модулирующего поля, ϑ , для индексов модуляции P_Ω из (а) первой группы (синие кружки на рисунке 1.16(б)) и (б) второй группы (красные звёздочки на рисунке 1.16(б)).

Вторая группа индексов модуляции в случае усиления пяти синфазных гармоник включает в себя $P_\Omega = \{6, 5; 9, 8; 13, 1; \dots\}$ (красные звёздочки на рисунке 1.16(б)), при которых $J_0(P_\Omega) \approx -J_2(P_\Omega) \approx J_4(P_\Omega)$. Соответствующая зависимость $F_{\text{interf}}^{(2)}(\Delta Kx, \vartheta)$ приведена на

рисунке 1.17(б). В отличие от случая, представленного на рисунке 1.17(а), для индексов модуляции из второй группы эффект взаимного усиления пяти синфазных гармоник оказывается сильнее и более стабильным относительно изменения параметров ΔKx и \mathcal{G} , т.к. в этом случае $\max\{F_{\text{interf}}^{(2)}\} \approx 1,92 > \max\{F_{\text{interf}}^{(1)}\}$, а области с $F_{\text{interf}} > 0$ – шире. Более того, качественно рисунок 1.17(б) повторяет рисунок 1.15(б). Максимальное значение $F_{\text{interf}}^{(2)}$ достигается при $\Delta Kx \approx 0,26\pi + p\pi$, где $p = \{0,1,2,\dots\}$, и $\mathcal{G} \approx 0,37\pi$. При этом, как и в случае совокупности трёх синфазных гармоник, $\Delta Kx + 2\mathcal{G} = \pi + p\pi$ и $\text{sgn}(J_{2n}J_{2m}) = (-1)^{m-n}$. Таким образом, согласно (1.75) все компоненты когерентно рассеянного поля находятся в фазе друг с другом и с усиливаемыми гармониками за исключением вклада от -2-й гармоники в поле +2-й гармоники, который близок к нулю.

Далее, согласно рисунку 1.16(б) максимальное значение J^2 достигается при $P_{\Omega} = 4,2$ из первой группы индексов модуляции; в этом случае $J^2(4,2) \approx 0,10$. Однако соответствующее максимальное значение $F_{\text{interf}}^{(1)}$ слишком мало, $\max\{F_{\text{interf}}^{(1)}\} \approx 0,38$, что приводит к тому, что соответствующее пиковое значение G_{coh} , нормированное на $(2g_0/\Delta K)f(g_{\text{eff}}x, \gamma_2\tau)$, примерно равно 0,04, и эффект взаимного усиления гармоник оказывается слабым. С другой стороны, из-за высокого значения эффективного коэффициента усиления, g_0J^2 , индекс модуляции $P_{\Omega} = 4,2$ является оптимальным в случае независимого усиления пяти высоких гармоник в активной плазме с сильной дисперсией на частоте модулирующего поля [34]. В то же время, для индексов модуляции из второй группы пиковое значение J^2 достигается при $P_{\Omega} = 6,5$ и составляет $J^2(6,5) \approx 0,081$, в то время как $\max\{F_{\text{interf}}^{(2)}\} \approx 1,92$. В результате, нормированное значение G_{coh} приблизительно равняется 0,16, что в четыре раза больше, чем в случае $P_{\Omega} = 4,2$. Таким образом, оптимальным условиям взаимного усиления пяти синфазных высоких гармоник соответствуют

$$\begin{aligned} P_{\Omega} &\equiv P_{\Omega}^{(5\text{Harm})} \approx 6,5, \\ \Delta Kx &\equiv (\Delta Kx)_{5\text{Harm}} \approx 0,26\pi + p\pi, \text{ где } p = \{0,1,2,\dots\}, \\ \mathcal{G} &\equiv \mathcal{G}_{5\text{Harm}} \approx 0,37\pi. \end{aligned} \quad (1.99)$$

Наконец, для случая усиления совокупности семи синфазных высоких гармоник ($N = 3$) условие однородного усиления (1.62) принимает вид:

$$|J_0(P_{\Omega})| \approx |J_2(P_{\Omega})| \approx |J_4(P_{\Omega})| \approx |J_6(P_{\Omega})|. \quad (1.100)$$

Области значений индекса модуляции, для которых приблизительно выполняется условие (1.100), показаны на рисунке 1.18(а) чёрными штриховыми прямоугольниками, центры которых располагаются в окрестности

$$P_{\Omega} = \{6, 5; 9, 2; 10, 7; 12, 6; 14, 2; \dots\}. \quad (1.101)$$

Соответствующие значения квадрата среднего значения функций Бесселя первого рода чётных порядков от -6-го до 6-го, $J^2(P_{\Omega})$, показаны на рисунке 1.18(б). Как и в предыдущих случаях, индексы модуляции (1.101) могут быть разделены на две группы.

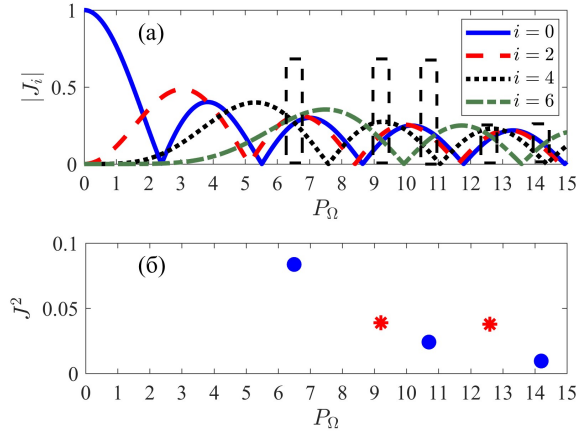


Рис. 1.18 (а) Зависимость модуля функции Бесселя первого рода i -го порядка от индекса модуляции. Синяя сплошная, красная штриховая, чёрная пунктирная и зелёная штрих-пунктирная линии соответствуют $i = 0, 2, 4, 6$ соответственно. Чёрными штриховыми прямоугольниками показаны области значений P_{Ω} , в которых приблизительно выполняется условие (1.100). (б) Квадрат среднего значения функций Бесселя первого рода порядков $i = -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6$, $J^2(P_{\Omega})$, при индексах модуляции, удовлетворяющих условию (1.100). Синие кружки соответствуют индексам модуляции из первой группы, для которых $J_0(P_{\Omega}) \approx -J_2(P_{\Omega}) \approx J_4(P_{\Omega}) \approx J_6(P_{\Omega})$, а красные звёздочки соответствуют индексам модуляции из второй группы, для которых $J_0(P_{\Omega}) \approx -J_2(P_{\Omega}) \approx J_4(P_{\Omega}) \approx -J_6(P_{\Omega})$.

К первой группе относятся индексы модуляции $P_{\Omega} = \{6, 5; 10, 7; 14, 2; \dots\}$ (синие кружки на рисунке 1.18(б)), при которых $J_0(P_{\Omega}) \approx -J_2(P_{\Omega}) \approx J_4(P_{\Omega}) \approx J_6(P_{\Omega})$. Здесь первые два равенства совпадают с таковыми в оптимальном случае взаимного усиления пяти синфазных гармоник. Более того, индексы модуляции из первой группы близки к оптимальным значениям в случае усиления пяти высоких гармоник, а соответствующая зависимость $F_{\text{interf}}^{(1)}(\Delta Kx, \vartheta)$, показанная на рисунке 1.19(а), похожа на рисунок 1.17(б). Однако добавление двух гармоник в

падающее поле, коэффициенты усиления которых пропорциональны $J_6^2(P_\Omega)$, делает зависимость $F_{\text{interf}}^{(1)}(\Delta Kx, \vartheta)$ более неоднородной и уменьшает максимальное значение F_{interf} с 1,923 в случае пяти гармоник до 0,787. Дело в том, что для индексов модуляции из первой группы знак $J_6(P_\Omega)$ совпадает со знаками $J_0(P_\Omega)$ и $J_4(P_\Omega)$. В результате суммарное когерентно рассеянное поле включает в себя компоненты (слагаемые в сумме (1.75) или (1.93)), которые находятся в противофазе с излучением падающих гармоник. В частности, при $\Delta Kx \approx 0,36\pi + p\pi$, где $p = \{0,1,2,\dots\}$, и $\vartheta \approx 0,32\pi$, для которых $F_{\text{interf}}^{(1)}(\Delta Kx, \vartheta)$ достигает своего максимального значения, 10 из 36 компонент когерентно рассеянного поля находятся в противофазе с полем падающих гармоник (10 слагаемых в (1.93) отрицательные), в то время как в оптимальных условиях взаимного усиления пяти синфазных гармоник все компоненты когерентно рассеянного поля находятся в фазе с падающими гармониками. Таким образом, индексы модуляции из первой группы не являются оптимальными с точки зрения взаимного усиления семи синфазных гармоник. С другой стороны, индекс модуляции $P_\Omega = 6,5$, при котором эффективный коэффициент усиления, $g_0 J^2$, достигает своего наибольшего значения, является оптимальным для независимого усиления семи высоких гармоник [33, 34].

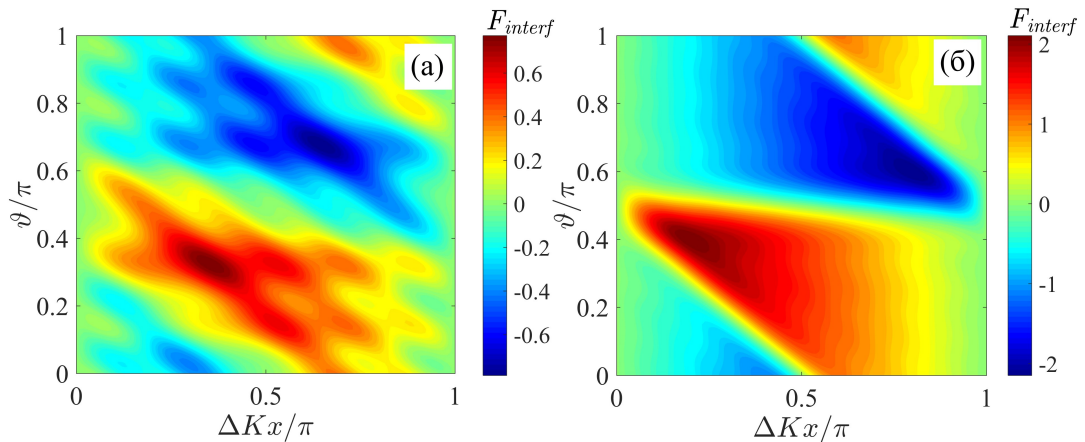


Рис. 1.19 Зависимость F_{interf} для совокупности семи синфазных высоких гармоник от нормированной толщины среды, ΔKx , и от начальной фазы модулирующего поля, ϑ , для индексов модуляции P_Ω из (а) первой группы (синие кружки на рисунке 1.18(б)) и (б) второй группы (красные звёздочки на рисунке 1.18(б)).

К индексам модуляции из второй группы относятся $P_\Omega = \{9, 2; 12, 6; \dots\}$ (красные звёздочки на рисунке 1.18(б)), для которых $J_0(P_\Omega) \approx -J_2(P_\Omega) \approx J_4(P_\Omega) \approx -J_6(P_\Omega)$. В отличие от индексов модуляции из первой группы, в этом случае знак $J_6(P_\Omega)$ является противоположным

к знаку $J_0(P_\Omega)$. Таким образом, $\text{sgn}(J_{2n}J_{2m}) = (-1)^{m-n}$, как в оптимальных условиях взаимного усиления трёх и пяти синфазных высоких гармоник. В результате зависимость $F_{\text{interf}}^{(2)}(\Delta Kx, \mathcal{G})$ на рисунке 1.19(б) оказывается аналогичной зависимостям, показанным на рисунке 1.15(б) и рисунке 1.17(б). В рассматриваемом случае семи синфазных высоких гармоник максимальное значение $\max\{F_{\text{interf}}^{(2)}\} \approx 2,15$ достигается при $\Delta Kx \approx 0, 2\pi + p\pi$, где $p = \{0, 1, 2, \dots\}$, и $\mathcal{G} \approx 0, 4\pi$. При таких значениях параметров ΔKx и \mathcal{G} все компоненты когерентно рассеянного поля за исключением двух, которые формируются за счёт взаимного рассеяния -3-й и +3-й высоких гармоник друг в друга, находятся в фазе с излучением усиливаемых гармоник. Для индексов модуляции из второй группы максимальное значение нормированного коэффициента усиления гармоник $J^2 \approx 0,039$ достигается при $P_\Omega = 9,2$ (см. рисунок 1.18), а соответствующее значение $G_{\text{coh}} / [(2g_0/\Delta K)f(g_{\text{eff}x}, \gamma_z \tau)]$ приблизительно равняется 0,08. Таким образом, оптимальным условиям взаимного усиления совокупности семи синфазных гармоник соответствуют

$$\begin{aligned}
 P_\Omega &\equiv P_\Omega^{(7\text{Harm})} \approx 9,2, \\
 \Delta Kx &\equiv (\Delta Kx)_{7\text{Harm}} \approx 0, 2\pi + p\pi, \text{ где } p = \{0, 1, 2, \dots\}, \\
 \mathcal{G} &\equiv \mathcal{G}_{7\text{Harm}} \approx 0, 4\pi.
 \end{aligned}
 \tag{1.102}$$

1.5.5. Когерентное увеличение эффективности усиления аттосекундных импульсов: результаты численного моделирования

В данном разделе рассматривается возможность когерентного увеличения эффективности усиления субфемто-/аттосекундных импульсов, образованных совокупностью трёх, пяти или семи высоких гармоник лазерного поля, на основе численного решения системы уравнений (1.13) и результатов проведённого в предыдущем разделе анализа. Параметры активной среды приведены в разделе 1.3, а параметры падающего поля высоких гармоник – в начале раздела 1.5. При этом полагается, что на входе в среду пиковая интенсивность импульсов составляет $I_0 = 10^9$ Вт/см² вне зависимости от числа высоких гармоник. Аналогично разделу 1.5.3, результаты расчётов сопоставляются со случаем независимого усиления высоких гармоник в плазме с десятикратно увеличенной (до $N_e = 3 \times 10^{18}$ см⁻³) концентрацией свободных электронов.

В случае усиления совокупности трёх синфазных высоких гармоник оптимальным значением индекса модуляции является $P_{\Omega}^{(3\text{Ham})} = 3,83$. Для модулирующего поля с интенсивностью $I_M = 4 \times 10^{14}$ Вт/см² соответствующая длина волны модулирующего поля равна $\Lambda = 1,63$ мкм. На рисунке 1.20(а) зелёной пунктирной и серой сплошной линиями (левая вертикальная ось) представлены временные зависимости G_{coh} , полученные на основе аналитического решения (1.92) и на основе численного решения системы уравнений (1.13) соответственно. Они построены при найденных на основе аналитического решения оптимальных значениях толщины среды, $x = 0,87$ мм (которая соответствует $(\Delta Kx)_{3\text{Ham}} \approx 0,38\pi + p\pi$ при $p = 0$) и начальной фазы модулирующего поля, $\vartheta_{3\text{Ham}} \approx 0,31\pi$. Из рисунка видно, что в начальные моменты времени наблюдается хорошее согласие между этими кривыми. Однако при рассматриваемых значениях параметров достаточное условие (1.74) применимости аналитического решения (1.92) оказывается не выполненным, т.к. $(g_0/\Delta K)(\ln N + 1)/(2N + 1) \approx 3,6$. Наблюдаемое согласие между аналитически и численно полученными кривыми в начальные моменты времени объясняется конечным временем отклика резонансной поляризации среды. В начале процесса усиления амплитуда каждой гармоники благодаря саморассеянию (независимому усилению) растёт быстрее, чем амплитуды когерентно рассеянных полей от остальных гармоник. Это, в частности, связано с наличием множителя $(1 - i\omega/\gamma_z)^{-1}$ под знаком суммы в аналитическом выражении (1.75) для спектральной амплитуды поля гармоники. В результате в начальные моменты времени независимое усиление высоких гармоник доминирует над их взаимным рассеянием друг в друга, что является

необходимым условием применимости аналитического решения. Как видно из рисунка 1.20(а), в случае усиления трёх высоких гармоник согласие между решениями наблюдается вплоть до момента времени $\tau = 120$ фс. На больших временах, вплоть до 470 фс, G_{coh} растёт быстрее, чем предсказывает аналитическое решение (1.92). Дело в том, что вклад от взаимного рассеяния гармоник друг в друга становится сопоставимым и даже больше вклада от саморассеяния гармоник, так что взаимное усиление гармоник начинает доминировать в процессе усиления, и аналитическое решение (1.92), основанное на теории возмущений, становится неприменимым. Можно показать, что в пределе нулевой дисперсии плазмы для модулирующего поля, т.е. при $\Delta K \rightarrow 0$ и $g_0/\Delta K \rightarrow \infty$, в оптимальных условиях гармоник формируют «наиболее эффективно усиливающуюся моду», которая усиливается как целое с коэффициентом усиления, равным сумме эффективных коэффициентов усиления для всех гармоник падающего поля. Эта «наиболее эффективно усиливающаяся мода» фактически аналогична «наиболее эффективно поглощающейся моде», найденной для оптически модулированного водородоподобного резонансного поглотителя в работе [45] в пределе $\Delta K \rightarrow 0$, с точностью до замены знака разности населённостей на резонансных переходах. Случай, представленный на рисунке 1.20, является промежуточным между формированием «наиболее эффективно усиливающейся моды» и предсказанием аналитического решения (1.92) благодаря слабой, но не нулевой дисперсии плазмы на частоте модулирующего поля. В результате в моменты времени $120 \text{ фс} \leq \tau \leq 470 \text{ фс}$ пиковая интенсивность импульсов с учётом взаимного рассеяния гармоник оказывается выше, чем предсказывает аналитическое решение (1.92). При рассматриваемой интенсивности поля затравки ($I_0 = 10^9 \text{ Вт/см}^2$) усиленная последовательность импульсов высоких гармоник становится настолько интенсивной, что её передний фронт снимает всю запасённую в инверсии населённостей энергию активной среды, что приводит к укорочению временной огибающей импульсной последовательности. На ещё больших временах наблюдается спад во временной зависимости G_{coh} , что соответствует уменьшению разности $I_{\text{pulse}} - I_{\text{pulse}}^{(\text{indep})}$. Данный спад обусловлен тем, что в случае взаимного усиления высоких гармоник разность населённостей n_{tr} на этих временах становится отрицательной (рисунок 1.20(а), правая вертикальная ось, серая штриховая линия), и поле высоких гармоник поглощается в среде. В то же время, в случае независимого усиления гармоник разность населённостей является положительной (рисунок 1.20(а), правая вертикальная ось, чёрная штриховая линия), и излучение высоких гармоник усиливается. С определённого момента времени импульсы в случае взаимного усиления становятся менее интенсивными, чем в случае независимого усиления, и G_{coh} становится отрицательной.

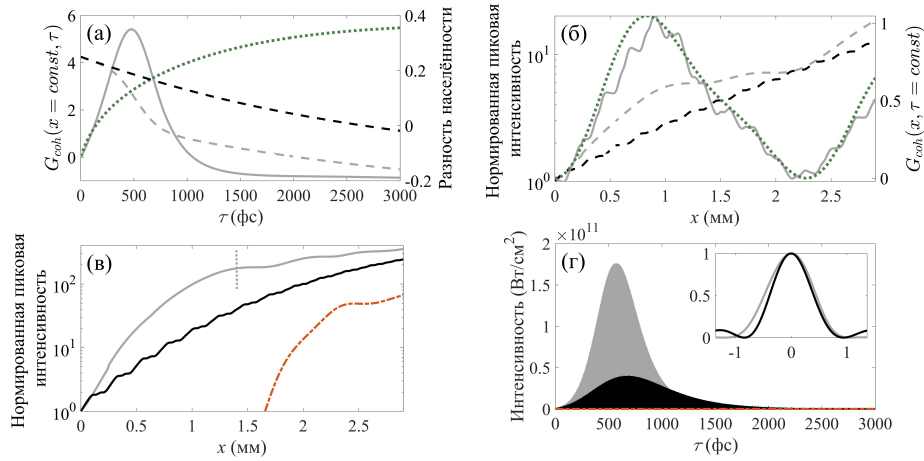


Рис. 1.20 Результаты численного моделирования для совокупности трёх синфазных высоких гармоник. Значения параметров следующие: $P_{\Omega}^{(3Harm)} = 3,83$, $I_M = 4 \times 10^{14}$ Вт/см², $\Lambda = 1,63$ мкм, $\vartheta_{3Harm} = 0,31\pi$, $N_{ion} = 1,5 \times 10^{17}$ см⁻³, концентрация свободных электронов равняется или $N_e = 3 \times 10^{17}$ см⁻³, или $N_e = 3 \times 10^{18}$ см⁻³. Серые и коричневые (штрих-пунктирные) линии соответствуют результатам численного моделирования при $N_e = 3 \times 10^{17}$ см⁻³, чёрные линии — результатам численного моделирования при $N_e = 3 \times 10^{18}$ см⁻³, зелёные пунктирные линии — аналитическому решению (1.92) при $N_e = 3 \times 10^{17}$ см⁻³. (а) Временные зависимости G_{coh} (серая сплошная и зелёная пунктирная линии, левая вертикальная ось) и разностей населённостей на переходах $|2\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ и $|3\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ n_{tr} (серая и чёрная штриховые линии, правая вертикальная ось) на глубине среды $x = 0,87$ мм. (б) Пространственные зависимости пиковой интенсивности одиночного z -поляризованного субфемтосекундного импульса в окрестности момента времени $\tau = 100$ фс, нормированной на пиковую интенсивность падающих импульсов, $I_0 = 10^9$ Вт/см² (серая и чёрная штриховые линии, левая вертикальная ось), и параметра G_{coh} (серая сплошная и зелёная пунктирная линии, правая вертикальная ось) в момент времени $\tau = 100$ фс. (в) Пространственные зависимости пиковых интенсивностей (глобальных максимумов интенсивности по всей огибающей) z -поляризованной импульсной последовательности (серая и чёрная сплошные линии) и u -поляризованного усиленного спонтанного излучения (коричневая штрих-пунктирная линия), нормированные на I_0 . Здесь каждая точка каждой кривой соответствует различным моментам времени τ , в которые достигается максимум интенсивности ВУФ излучения на соответствующей глубине среды. (г) Временные зависимости z -поляризованной последовательности субфемтосекундных импульсов (серая и чёрная сплошные линии) и u -поляризованного усиленного спонтанного излучения (коричневая штрих-пунктирная линия) на глубине среды $x = 1,4$ мм (отмечена на рисунке (в) короткой пунктирной серой линией). На вставке к рисунку (г) показаны формы импульсов в максимумах огибающих соответствующих импульсных последовательностей.

На рисунке 1.20(б) (правая вертикальная ось) показана пространственная зависимость G_{coh} для момента времени 100 фс. Видно хорошее согласие результатов аналитического решения (зелёная пунктирная линия) и численных расчётов (серая сплошная линия). В частности, аналитическое решение (1.92) хорошо воспроизводит как пространственный период G_{coh} , так и положение максимума в зависимости $G_{\text{coh}}(x)$. Для рассматриваемых значений длины волны модулирующего поля $\Lambda = 1,63$ мкм и концентрации свободных электронов $N_e = 3 \times 10^{17}$ см⁻³ данные величины составляют $L_p = \pi/\Delta K \approx 2,3$ мм и $x_{3\text{Harm}} \approx 0,87$ мм + pL_p (что непосредственно следует из $(\Delta K x)_{3\text{Harm}} \approx 0,38\pi + p\pi$) соответственно. На рисунке 1.20(б) (левая вертикальная ось) также показаны пространственные зависимости пиковой интенсивности одного импульса из импульсной последовательности, формирующегося в окрестности момента времени 100 фс, в случае взаимного усиления гармоник (I_{pulse} — серая штриховая линия) и в случае независимого усиления гармоник ($I_{\text{pulse}}^{(\text{indep})}$ — чёрная штриховая линия). Важно отметить, что максимумы в пространственной зависимости $G_{\text{coh}}(x)$ достигаются на тех толщинах среды, где пространственная зависимость пиковой интенсивности импульса в случае взаимного усиления гармоник $I_{\text{pulse}}(x)$ достигает областей локального насыщения (участки с практически горизонтальной зависимостью $I_{\text{pulse}}(x)$ на рисунке 1.20(б)). Кроме того, в рассматриваемый момент времени $\tau = 100$ фс на любой толщине активной среды выполняется неравенство $I_{\text{pulse}} \geq I_{\text{pulse}}^{(\text{indep})}$, что подтверждает оптимальность выбора начальной фазы модулирующего поля, $\varphi_{3\text{Harm}}$, т.к. в противном случае согласно рисунку 1.15 на определённых толщинах среды выполнялось бы противоположное неравенство $I_{\text{pulse}} < I_{\text{pulse}}^{(\text{indep})}$. Также стоит отметить мелкомасштабную периодическую структуру в найденной численно пространственной зависимости G_{coh} (см. рисунок 1.20(б), правая вертикальная ось, серая сплошная линия). Её появление обусловлено сильно подавленным, но не нулевым вкладом от взаимного рассеяния гармоник в плазме с высокой концентрацией свободных электронов (в данном случае $N_e = 3 \times 10^{18}$ см⁻³), приводящим к появлению мелкомасштабных осцилляций в пространственных зависимостях $I_{\text{pulse}}^{(\text{indep})}(x)$ и $G_{\text{coh}}(x)$, период которых составляет $L_p^{(\text{dense})} \approx 0,23$ мм. С увеличением концентрации свободных электронов амплитуда и период этих осцилляций уменьшаются, и численно рассчитанная зависимость $G_{\text{coh}}(x)$ стремится к аналитической зависимости (1.92).

С практической точки зрения более значимой является пространственная зависимость пиковой интенсивности, определённой по всей импульсной последовательности, образованной совокупностью синфазных высоких гармоник. Она характеризует предельные возможности

усиления высоких гармоник в рассматриваемой среде, которые вместе с конечной шириной линии усиления также ограничены нелинейностью среды и усиленным спонтанным излучением. Такая зависимость для случая взаимного усиления совокупности трёх синфазных высоких гармоник показана на рисунке 1.20(в) серой сплошной линией. Видно, что данная зависимость состоит из двух характерных областей. В первой из них вследствие взаимного рассеяния гармоник пиковая интенсивность импульсной последовательности растёт быстрее, чем в случае независимого усиления гармоник (чёрная сплошная линия на рисунке 1.20(в)). Глубина среды, на которой достигается наибольшая разница между интенсивностями, равняется приблизительно 1 мм, что близко к аналитически полученному значению 0.87 мм. Во второй области рост пиковой интенсивности импульсной последовательности в случае взаимного усиления гармоник достигает насыщения и замедляется по сравнению со случаем независимого усиления гармоник. Замедление роста интенсивности в среде с умеренной концентрацией свободных электронов обусловлено как уменьшением амплитуды когерентно рассеянного поля (как в случае, изображённом серой штриховой кривой на рисунке 1.20(б)), так и уменьшением разности населённостей на резонансных переходах $|2\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ и $|3\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ под действием поля высоких гармоник, чья интенсивность превышает порог насыщения. С практической точки зрения выгодно использовать активную среду с толщиной, соответствующей границе между этими двумя областями (т.е. там, где достигается насыщение в пространственной зависимости интенсивности поля высоких гармоник). Согласно рисунку 1.20(в) при рассматриваемых значениях параметров такой переход происходит приблизительно на 1,4 мм (эта толщина отмечена на рисунке 1.20(в) короткой серой пунктирной линией). Также важно отметить, что на всех рассматриваемых толщинах активной среды усиленное спонтанное излучение u -поляризации (рисунок 1.20(в), коричневая штрих-пунктирная линия) значительно менее интенсивно по сравнению с излучением усиливаемых гармоник.

На рисунке 1.20(г) также представлены временные зависимости интенсивности совокупности трёх синфазных высоких гармоник в случаях их взаимного и независимого усиления (серая линия ($N_e = 3 \times 10^{17} \text{ см}^{-3}$) и чёрная линия ($N_e = 3 \times 10^{18} \text{ см}^{-3}$) соответственно) на толщине среды 1,4 мм. Видно, что благодаря наличию когерентно рассеянного поля и его синхронизации с излучением высоких гармоник в случае взаимного усиления гармоник интенсивность усиливаемых импульсов оказывается значительно выше (за исключением хвоста импульсной последовательности, где среда становится поглощающей). В частности, пиковая интенсивность импульсной последовательности достигает значения $1,8 \times 10^{11} \text{ Вт/см}^2$, что примерно в 4,4 раза больше, чем в случае независимого усиления гармоник. Кроме того, как видно из вставки на рисунке 1.20(г), форма отдельных импульсов в обоих случаях примерно

одна и та же, в то время как их длительность, определённая по полувысоте интенсивности, несколько больше (в 1,18 раз) в плазме с умеренной концентрацией свободных электронов.

Далее аналогичным образом рассмотрено взаимное усиление пяти синфазных высоких гармоник. В этом случае оптимальным значением индекса модуляции является $P_{\Omega}^{(5\text{Ham})} = 6,5$. При интенсивности модулирующего поля $I_M = 4 \times 10^{14}$ Вт/см² соответствующая длина волны модулирующего поля составляет $\Lambda = 2,77$ мкм. На рисунке 1.21 приведены зависимости, аналогичные рисунку 1.20. Основные закономерности, описанные для совокупности трёх синфазных высоких гармоник, также справедливы и в случае пяти гармоник. Поэтому далее рассмотрены различия между рисунком 1.21 и рисунком 1.20.

Из-за большей длины волны модулирующего поля и, как следствие, более сильной плазменной дисперсии на частоте модулирующего поля когерентно рассеянное поле в случае пяти высоких гармоник оказывается слабее, чем в случае трёх гармоник. В результате аналитическое решение (1.92) для G_{coh} оказывается применимым на большем временном интервале – примерно до 450 фс (см. рисунок 1.21(а)). Однако в начальные моменты времени аналитическое решение несколько завышает величину G_{coh} (см. рисунок 1.21(б), который построен при $\tau = 100$ фс). Дело в том, что в отличие от случая трёх гармоник, когда коэффициенты усиления для всех гармоник в оптимальных условиях точно равны друг другу (см. (1.94)), в случае пяти высоких гармоник имеется малый разброс как в коэффициентах усиления, так и в произведениях функций Бесселя разных порядков, которые характеризуют амплитуды когерентно рассеянных полей (см. рисунок 1.16(а) для $P_{\Omega} = 6,5$).

Кроме того, из-за большей величины индекса модуляции эффективный коэффициент усиления для совокупности пяти гармоник оказывается примерно в два раза меньше, чем для трёх гармоник, что приводит к меньшей интенсивности усиливаемого поля на той же толщине среды. В результате насыщающая интенсивность не достигается, и уменьшение разности населённостей на резонансных переходах $|2\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ и $|3\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ на рисунке 1.21(а) в плазме как с умеренной, так и с высокой концентрацией свободных электронов (см. серую и чёрную штриховую линии соответственно) происходит преимущественно вследствие спонтанных переходов. Вследствие этого пространственная зависимость пиковой интенсивности импульсной последовательности (под пиковой интенсивностью здесь понимается глобальный максимум во временной зависимости интенсивности поля гармоник, серая сплошная линия на рисунке 1.21(в)) качественно воспроизводит пространственную зависимость пиковой интенсивности отдельного импульса в непосредственной окрестности момента времени $\tau = 100$ фс (рисунок 1.21(б), серая штриховая линия), который соответствует начальной стадии процесса усиления. Меньший коэффициент усиления гармоник также усиливает роль у-

поляризованного усиленного спонтанного излучения (см. рисунок 1.21(в)). Так, согласно рисунку 1.21(в) излучение усиливаемых гармоник доминирует над у-поляриованным усиленным спонтанным излучением в среде с толщиной не более 1,9 мм.

На рисунке 1.21(г) показана временная зависимость интенсивности совокупности пяти синфазных высоких гармоник в случае их взаимного усиления (серая сплошная линия) для чуть более тонкой среды с толщиной 1,72 мм (которая на рисунке 1.21(в) обозначена короткой серой пунктирной линией), на которой происходит замедление скорости роста пиковой интенсивности импульсной последовательности. Для сравнения там же показана аналогичная временная зависимость для случая независимого усиления гармоник (чёрная сплошная линия), а также временная зависимость интенсивности у-поляризованного усиленного спонтанного излучения (коричневая штрих-пунктирная линия). Видно, что благодаря синхронизации когерентно рассеянного поля пиковая интенсивность импульсной последовательности возрастает приблизительно в 2,3 раза, в то время как форма импульсов остаётся неизменной с небольшим (примерно в 1,19 раз) увеличением длительности каждого импульса по сравнению со случаем независимого усиления гармоник.

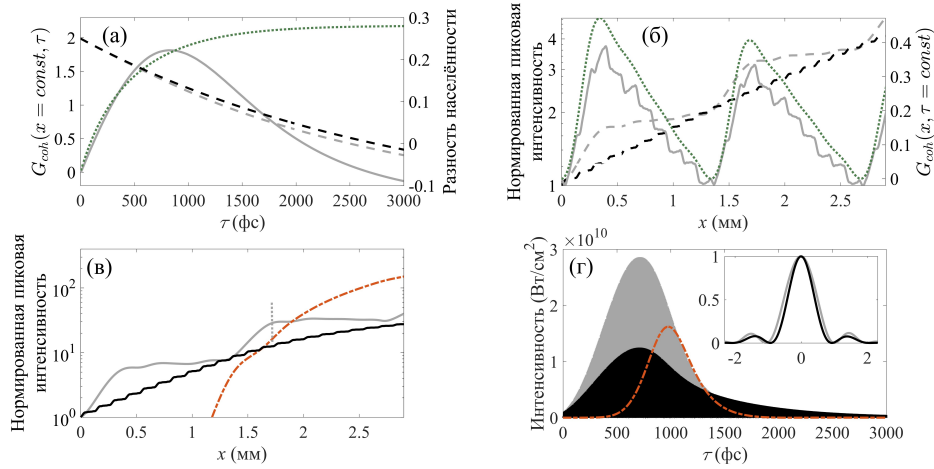


Рис. 1.21 То же, что на рисунке 1.20, но для совокупности пяти синфазных высоких гармоник. Значения параметров следующие: $P_{\Omega}^{(5\text{Harm})} = 6,5$, $I_M = 4 \times 10^{14}$ Вт/см², $\Lambda = 2,77$ мкм, $N_{\text{ion}} = 1,5 \times 10^{17}$ см⁻³, $\vartheta_{5\text{Harm}} = 0,37\pi$, концентрация свободных электронов равняется или $N_e = 3 \times 10^{17}$ см⁻³, или $N_e = 3 \times 10^{18}$ см⁻³. Рисунок (а) соответствует толщине среды $x = 0,35$ мм, рисунок (б) построен для момента времени $\tau = 100$ фс, а рисунок (г) – для $x = 1,72$ мм (указанная толщина среды обозначена на рисунке (в) короткой серой пунктирной линией).

Наконец в случае взаимного усиления семи синфазных высоких гармоник при интенсивности модулирующего поля $I_M = 4 \times 10^{14}$ Вт/см² оптимальное значение индекса

модуляции $P_{\Omega}^{(7\text{Harm})} = 9,2$ достигается при использовании модулирующего поля с длиной волны $\Lambda = 3,92$ мкм. Основные особенности взаимного усиления совокупности семи синфазных высоких гармоник показаны на рисунке 1.22 и аналогичны случаям трёх (рисунок 1.20) и пяти (рисунок 1.21) высоких гармоник. Однако из-за большей длины волны модулирующего поля, обеспечивающей больший индекс модуляции, эффект взаимного усиления гармоник и общая эффективность их усиления оказываются ещё слабее, чем в случае пяти высоких гармоник. Более того, вследствие большего разброса в коэффициентах усиления гармоник разных порядков аналитическое решение (1.92) дополнительно завышает величину G_{coh} относительно результатов численных расчётов (рисунок 1.22(а,б)). Также диапазон толщин среды, на которых у-поляризованное усиленное спонтанное излучение менее интенсивно, чем излучение гармоник, становится уже (рисунок 1.22(в)). Для совокупности семи гармоник оптимальная толщина среды составляет приблизительно 1,14 мм (данное значение отмечено короткой пунктирной серой линией на рисунке 1.22(в)); при этом эффект взаимного усиления гармоник оказывается относительно сильным, а пиковая интенсивность импульсов высоких гармоник достаточно велика и превышает интенсивность у-поляризованного усиленного спонтанного излучения. Согласно рисунку 1.22(г) синхронизация когерентно рассеянного поля с полем семи синфазных высоких гармоник позволяет увеличить пиковую интенсивность импульсной последовательности примерно в 1,4 раза без изменения формы соответствующих импульсов по сравнению со случаем независимого усиления гармоник.

До сих пор предполагалось, что гармоники разных порядков, образующие последовательность субфемто-/аттосекундных импульсов, имеют одинаковые амплитуды. Однако в действительности даже в области плато амплитуды соседних высоких гармоник, генерируемых в процессе генерации гармоник высокого порядка в газе, могут значительно отличаться друг от друга, к примеру, вследствие квантовой интерференции вкладов различных траекторий при рекомбинации налетающего электрона [46, 47]. Разница в амплитудах падающих гармоник может привести (а) к изменению формы импульсов на входе в среду, а также (б) к изменению амплитуд спектральных компонент когерентно рассеянного поля (из-за зависимости эффективности рассеяния гармоник друг в друга от амплитуд этих гармоник). Это в свою очередь может привести к изменению формы и длительности импульсов на выходе из оптически модулированной активной среды.

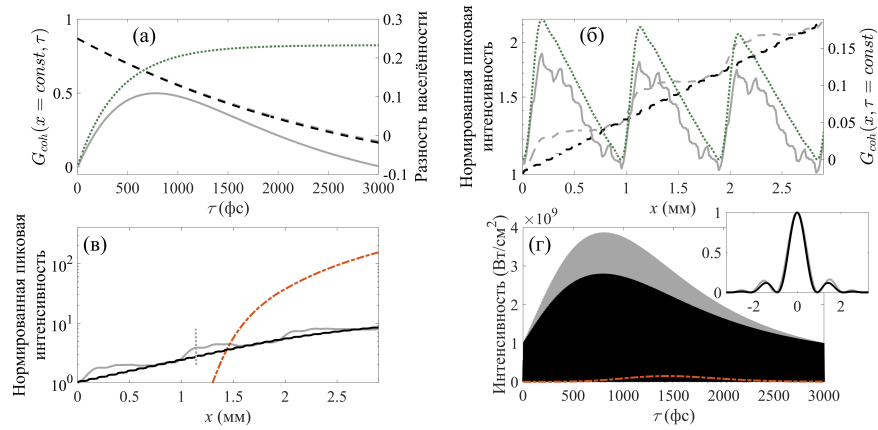


Рис. 1.22 То же, что на рисунке 1.20 и рисунке 1.21, но для совокупности семи синфазных высоких гармоник. Значения параметров следующие: $P_{\Omega}^{(7\text{Harm})} = 9,2$, $I_M = 4 \times 10^{14}$ Вт/см², $\Lambda = 3,92$ мкм, $N_{\text{ион}} = 1,5 \times 10^{17}$ см⁻³, $\vartheta_{7\text{Harm}} = 0,4\pi$, концентрация свободных электронов равняется или $N_e = 3 \times 10^{17}$ см⁻³, или $N_e = 3 \times 10^{18}$ см⁻³. Рисунок (а) соответствует толщине среды $x = 0,19$ мм, рисунок (б) построен для момента времени $\tau = 100$ фс, а рисунок (г) – для $x = 1,14$ мм (указанная толщина среды обозначена на рисунке (в) короткой серой пунктирной линией).

В качестве примера далее рассмотрен случай взаимного усиления совокупности пяти высоких гармоник. Для того, чтобы не конкретизировать вид зависимости амплитуд гармоник от их порядка, рассмотрен случай, когда амплитуда каждой гармоники является случайной величиной, равномерно распределённой вокруг среднего значения с разбросом $\pm 40\%$. При этом среднее значение амплитуды гармоники полагается таким же, как и в случае одинаковых амплитуд пяти высоких гармоник и пиковой интенсивности импульсов 10^9 Вт/см² (как на рисунке 1.21). На рисунке 1.23(а) показан амплитудный спектр одной из случайных реализаций амплитудного распределения высоких гармоник, а соответствующая форма импульсов показана на рисунке 1.23(б) чёрной штриховой линией. Для сравнения на рисунках 1.23(в,г) показаны такие же зависимости для случая одинаковых амплитуд гармоник. Видно, что, несмотря на разброс в амплитудах гармоник, форма и длительность импульсов на входе в среду изменяются незначительно, за исключением появления более выраженного пьедестала между всплесками на рисунке 1.23(б) по сравнению с рисунком 1.23(г). На рисунках 1.23(б,г) также показаны соответствующие формы импульсов на выходе из модулированной активной среды в найденных ранее оптимальных условиях (синие сплошные линии). В обоих случаях форма импульсов остаётся практически неизменной; более того, длительность импульсов, определённая по полувысоте интенсивности, в процессе усиления увеличивается одинаково, т.е. приблизительно в 1,2 раза. Таким образом, эффект взаимного усиления высоких гармоник,

образующих последовательность субфемто-/аттосекундных импульсов, оказывается устойчивым относительно флуктуаций амплитуд высоких гармоник на входе в среду.

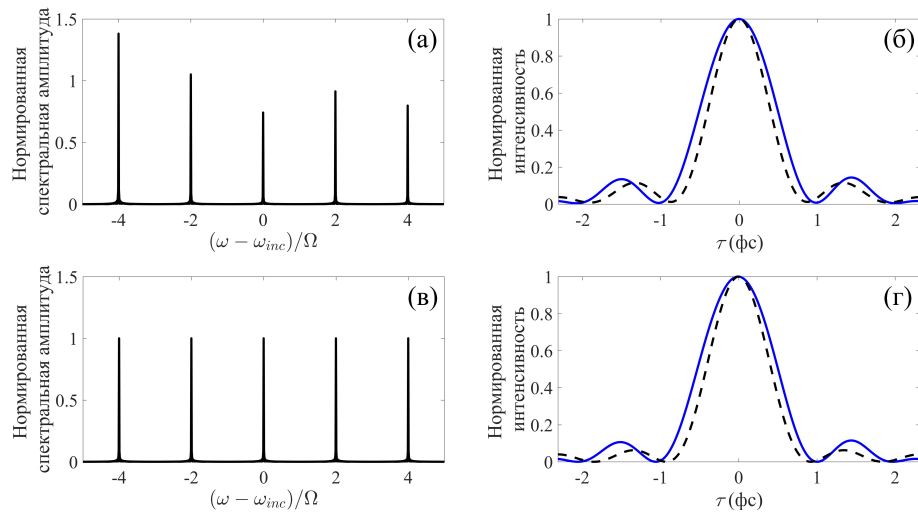


Рис. 1.23 Амплитудные спектры совокупности пяти синфазных высоких гармоник на входе в среду (а,в), а также соответствующие формы импульсов в окрестности максимумов огибающих соответствующих импульсных последовательностей (б,г) на входе в среду (чёрные штриховые линии) и на выходе из среды (синие сплошные линии). Рисунки (а, б) соответствуют случайному амплитудному распределению с 40% разбросом амплитуд высоких гармоник (как выше, так и ниже) относительно среднего значения, соответствующего амплитудам высоких гармоник на рисунке (в). Рисунки (в,г) соответствуют случаю одинаковых амплитуд высоких гармоник. Значения параметров такие же, как на рисунке 1.21. На рисунках (б,г) синие сплошные линии построены при $x = 1,72$ мм. Нормировка спектральных амплитуд на рисунках (а,в) одинаковая.

1.6. Выводы к Главе 1

Глава 1 настоящей работы посвящена исследованию когерентных эффектов, возникающих при распространении резонансного излучения затравки линейной поляризации в оптически модулированной водородоподобной активной среде плазменного рентгеновского лазера с умеренной дисперсией на частоте модулирующего поля и/или с высоким невозмущённым коэффициентом усиления. В качестве активной среды рассмотрена активная плазма водородоподобных ионов Li^{2+} с инверсией населённостей на переходе $n = 1 \leftrightarrow n = 2$ (где n – главное квантовое число), длина волны которого лежит в ВУФ диапазоне и составляет приблизительно 13,5 нм. Получено аналитическое решение, описывающее основные закономерности преобразования резонансного излучения затравки в такой среде. В соответствии с этим решением каждая спектральная составляющая резонансного поля при распространении в среде испытывает усиление. Соответствующий инкремент усиления представляет собой совокупность лоренцевых контуров, отстоящих от смещённой, вследствие постоянной составляющей квадратичного штарковского сдвига, частоты резонанса на кратное число частот модулирующего поля. Амплитуды лоренцевых контуров пропорциональны квадратам функций Бесселя первого рода соответствующего порядка от индекса модуляции, представляющего собой отношение амплитуды изменения частоты инвертированного перехода вследствие линейного эффекта Штарка к частоте модулирующего поля. Кроме того, каждая спектральная составляющая падающего поля рассеивается на волне модуляции, распространяющейся в активной среде с фазовой скоростью модулирующего поля. Из-за этого в среде генерируется когерентно рассеянное поле на комбинационных частотах, разнесённых от рассматриваемой спектральной составляющей падающего поля на чётное число частот модулирующего поля. При этом эффективность генерации когерентно рассеянного поля существенным образом зависит от разности фазовых скоростей модулирующего и резонансного полей: чем больше эта разница, тем ниже эффективность генерации. В пределе сильной дисперсии плазмы на частоте модулирующего поля генерация когерентно рассеянного поля на комбинационных частотах оказывается подавленной, и спектральные составляющие падающего поля усиливаются в среде независимо друг от друга.

Многочастотное когерентно рассеянное поле позволяет сформировать последовательности субфемто-/аттосекундных импульсов ВУФ/рентгеновского диапазона или повысить их интенсивность. В данной главе рассмотрены оба возможных варианта.

Во-первых, благодаря появлению новых спектральных компонент вследствие когерентного рассеяния на выходе из оптически модулированной активной среды можно

получить широкополосное излучение, которое при условии синхронизации новых компонент с падающим полем соответствует последовательности коротких импульсов. В качестве наиболее характерного примера в данной главе был рассмотрен случай квазимонохроматического излучения затравки, частота которого находится в резонансе с одной из индуцированных линий усиления. Таким излучением может выступать импульс отдельной высокой гармоники или пикосекундный импульс немодулированного рентгеновского лазера. Показано, что эффективность генерации новых комбинационных спектральных компонент максимальна в том случае, если падающее квазимонохроматическое поле находится в резонансе с 0-й (на средней по времени частоте инвертированного перехода) или ± 2 -й (отстоящей от средней по времени частоты инвертированного перехода на удвоенную частоту модулирующего поля) линией усиления. При этом независимо от того, находится ли падающее поле в резонансе с центральной (0-й) или боковой линией усиления, комбинационные компоненты наиболее эффективно генерируются в окрестности центральной линии усиления. Найдены оптимальные условия, при которых генерируемые комбинационные спектральные компоненты являются наиболее интенсивными и синфазными с падающим излучением. В найденных оптимальных условиях квазимонохроматическое излучение затравки преобразуется в последовательность интенсивных субфемто-/аттосекундных импульсов. К примеру, в случае активной среды водородоподобных ионов Li^{2+} показана возможность получения импульсов с длительностью вплоть до 440 ас и пиковой интенсивностью вплоть до 5×10^{11} Вт/см² в окрестности длины волны 13,5 нм.

Во-вторых, благодаря взаимному рассеянию спектральных составляющих падающего поля при определённых условиях удаётся увеличить эффективность усиления падающего поля за счёт его конструктивной интерференции с генерируемым когерентно рассеянным полем. Рассмотрен случай, когда падающее поле представляет собой совокупность высоких гармоник, резонансных к индуцированным линиям усиления чётных порядков, которые отстоят друг от друга на удвоенную частоту модулирующего поля. В плазме с умеренной дисперсией на частоте модулирующего поля гармоники разных порядков не только усиливаются, но и когерентно рассеиваются друг в друга, генерируя многочастотное когерентно рассеянное поле.

Интерференция когерентно рассеянного поля с излучением высоких гармоник оказывает существенное влияние на эффективность передачи энергии от активной среды к резонансному излучению, а также на распределение энергии между гармониками разных порядков. В частности, в определённых условиях реализуется эффект взаимного (интерференционного) усиления гармоник, при котором в результате конструктивной интерференции излучения гармоник и когерентно рассеянного поля суммарная энергия усиливаемого излучения оказывается больше, чем в случае независимого усиления гармоник в плазме с высокой

концентрацией свободных электронов. Возможен также обратный эффект – интерференционное подавление усиления, при котором когерентно рассеянное поле деструктивно интерферирует с излучением гармоник, и суммарная энергия резонансного излучения уменьшается по сравнению с независимым усилением гармоник в сильно диспергирующей плазме. Обсуждаемые когерентные эффекты существенным образом зависят от относительных фаз гармоник на входе в среду и от начальной фазы модулирующего поля (которая эквивалентна задержке излучения гармоник относительно оптического поля на доли его периода). В частности, показано, что фазы гармоник на входе в среду определяют степень асимметрии спектра усиливаемых гармоник на выходе из среды, что может использоваться как для управления спектром гармоник в процессе их усиления, так и для определения начальных фаз усиливаемых гармоник. Кроме того, роль когерентных эффектов периодически меняется с толщиной среды, что обусловлено фазовым набегом модулирующего поля, возникающим вследствие разности фазовых скоростей модулирующего поля и поля высоких гармоник. В частности, рост суммарной энергии излучения гармоник сопровождается её периодическими осцилляциями в пространстве, по масштабу которых можно судить о концентрации свободных электронов в активной плазме.

Показано, что эффект взаимного усиления высоких гармоник может быть реализован для практически важного случая синфазных гармоник, образующих последовательность субфемто-/аттосекундных импульсов. Найдены оптимальные условия, при которых на основе взаимного усиления гармоник достигается наибольшее увеличение интенсивности образуемых ими импульсов по сравнению с независимым усилением гармоник в плотной плазме. Показано, что данный эффект является наиболее сильным для совокупности трёх синфазных гармоник. В этом случае пиковая интенсивность импульсов в усиливаемой импульсной последовательности достигает $1,8 \times 10^{11}$ Вт/см² на выходе из среды толщиной в 1,4 мм (для пиковой интенсивности излучения затравки 10^9 Вт/см²). Эта интенсивность в 4,4 раза превышает пиковую интенсивность импульсной последовательности в случае независимого усиления гармоник на выходе из активной среды той же толщины. В то же время, с увеличением числа усиливаемых гармоник эффективность их усиления (как независимого, так и взаимного) снижается. Во-первых, перераспределение усиления среды по большему спектральному диапазону приводит к уменьшению эффективного коэффициента усиления гармоник, а во-вторых, необходимость увеличения длины волны модулирующего поля при его фиксированной интенсивности приводит к усилению плазменной дисперсии на частоте модулирующего поля и, соответственно, к ослаблению взаимного рассеяния гармоник друг в друга.

Представленные в данной главе результаты отражены в публикациях: [A1] – разделы 1.1, 1.4.1 и 1.4.2, [A2] – разделы 1.5.2 и 1.5.3, [A3] – раздел 1.4.3, [A4] – раздел 1.2, [A6] – разделы 1.5.1, 1.5.4 и 1.5.5.

Глава 2. Поляризационные эффекты при усилении аттосекундных импульсов в активной среде плазменного рентгеновского лазера на основе неоноподобных ионов Ti^{12+} , модулированной ИК полем

В предыдущей главе было показано, что облучение водородоподобной активной среды плазменного рентгеновского лазера интенсивным линейно поляризованным (вдоль оси z) лазерным полем позволяет перераспределить спектр усиления среды по комбинационным частотам для резонансного поля затравки с линейной поляризацией, параллельной поляризации модулирующего поля. Это позволяет в такой среде эффективно усиливать совокупность линейно поляризованных высоких гармоник, которые, в частности, могут образовывать последовательность субфемто-/аттосекундных импульсов ВУФ/рентгеновского излучения. Однако из-за того, что в модулированной водородоподобной активной плазме усиление для ортогонально поляризованной компоненты резонансного поля остаётся локализованным в окрестности частоты резонанса, т.е. остаётся одночастотным, усиление совокупности эллиптически/циркулярно поляризованных высоких гармоник оказывается невозможным.

В то же время, для исследования магнитных и хиральных сред, обладающих свойством кругового дихроизма, наиболее ярко проявляющимся на краях полос поглощения веществ, требуется излучение ВУФ/рентгеновского диапазона циркулярной поляризации [12-14]. До недавнего времени основными источниками такого излучения были синхротроны. Однако использование синхротронных источников для измерений сверхбыстрых физических и химических процессов ограничено пикосекундной длительностью (10–100 пс) и недостаточной интенсивностью генерируемых импульсов. В качестве альтернативы в последнее время для этих целей все чаще используют существенно более яркие фемтосекундные источники на основе рентгеновских лазеров на свободных электронах (ЛСЭ) со специально сконструированными ондуляторами [9-11], позволяющими получить излучение с высокой эллиптичностью. Однако в силу того, что генерация в ЛСЭ стартует со спонтанных процессов, генерируемое в ондуляторе ЛСЭ излучение обладает низкой продольной когерентностью, и его спектрально-временные характеристики существенно изменяются от импульса к импульсу. В последнее время активно развивается подход, основанный на использовании усиления когерентного затравочного излучения [48]. Однако его применение в случае субфемтосекундных (тем более, циркулярно-поляризованных) импульсов остается проблематичным. Кроме того, огромные размеры и стоимость подобных экспериментальных комплексов и, как следствие, их недоступность для широкого круга исследователей делают

привлекательной идее получения эллиптически/циркулярно поляризованного ВУФ/рентгеновского излучения с помощью лабораторных источников, основанных на эффекте генерации гармоник высокого порядка (ГГВП). В то же время, получение интенсивного излучения высоких гармоник эллиптической и циркулярной поляризации является значительно более трудной задачей по сравнению с генерацией высоких гармоник линейной поляризации по следующим причинам.

Эффективность генерации гармоник быстро падает с ростом эллиптичности лазерного поля фундаментальной частоты [49, 50], т.к. в соответствии с полуклассической моделью генерации гармоник высокого порядка [51] если поляризация электрического поля лазерной волны отлична от линейной, то испущенный электрон, обладающий в момент ионизации близкой к нулю поперечной проекцией скорости, пролетает мимо родительского иона. Более того, эллиптичность сгенерированных гармоник быстро падает с ростом их порядка. Дело в том, что основной вклад в излучение гармоник с ростом их порядка дают более длинные электронные траектории. С точки зрения квантовой механики этим траекториям соответствует электронные волновые пакеты, которые к моменту возвращения к родительскому иону испытывают сильное распыление и, как следствие, обладают малой поперечной неоднородностью, что приводит к уменьшению поперечной составляющей индуцированного дипольного момента и, как следствие, к уменьшению эллиптичности сгенерированных гармоник [52]. Всё это ограничивает возможности использования эллиптически поляризованных лазерных полей для генерации гармоник с высокой эллиптичностью. Исключения составляют случаи, когда частоты гармоник удовлетворяют условиям резонанса со связанными состояниями или с метастабильными состояниями континуума. Оба случая были рассмотрены в работе [53], в которой было показано резонансное усиление выхода эллиптически поляризованных высоких гармоник при взаимодействии эллиптически поляризованного лазерного поля с атомами Ag или молекулами SF₆ вследствие резонансов ниже или выше порога ионизации, I_p , соответственно. При этом максимальная эллиптичность резонансно усиленных гармоник и в том, и в другом случае достигала 0,75–0,8. Однако подобное резонансное усиление наблюдалось лишь в узком интервале энергий фотонов высоких гармоник в окрестности 15,3 эВ (81 нм) для Ag и в интервале 20–27 эВ (от 62 нм до 45,9 нм) для SF₆.

В ряде экспериментальных работ была показана возможность генерации эллиптически поляризованных гармоник в газе выстроенных молекул. Так, в работе [54] было использовано линейно поляризованное лазерное поле, которое обеспечивало высокую эффективность ГГВП; при этом появление поперечной компоненты индуцированного дипольного момента достигалось за счёт нарушения цилиндрической симметрии системы относительно оси

поляризации лазерного поля. Однако эллиптичность полученных таким образом гармоник не превышала 0,4. В эксперименте [55] была продемонстрирована генерация эллиптически поляризованных гармоник при облучении ансамбля выстроенных молекул CO_2 циркулярно поляризованным лазерным полем. Такая генерация возможна вследствие наличия анизотропии среды, наведённой выстраивающим импульсом. Однако в работе [55] высокая эллиптичность была достигнута только для нескольких гармоник низких порядков; более того, выход гармоник оказался на два порядка ниже, чем при использовании линейно поляризованного лазерного поля.

В настоящее время большое внимание привлекают схемы ГГВП с использованием многокомпонентных лазерных полей, составляющие которых обладают разными несущими частотами, интенсивностями, а также в общем случае поляризациями. К примеру, в недавних экспериментальных работах [56, 57] была продемонстрирована генерация гармоник с эллиптичностью, достигающей 0,7–0,75, в благородных газах, облучаемых двухкомпонентным лазерным полем, которое представляет собой суперпозицию импульсов на фундаментальной частоте и её второй гармонике с взаимно ортогональными линейными поляризациями. Однако в случае малой интенсивности поля второй гармоники [56] высокой эллиптичностью обладают только гармоники чётных порядков, интенсивность которых оказывается незначительной. При варьировании интенсивности поля второй гармоники [57] были получены сопоставимые интенсивности гармоник чётных и нечётных порядков. Стоит отметить, что в такой схеме гармоники, излучаемые на двух последовательных полупериодах оптического поля, обладают противоположным направлением вращения электрического поля. Более того, поляризации гармоник чётных и нечётных порядков оказываются различными. Это делает подобные схемы непригодными для формирования интенсивных аттосекундных импульсов с заданным состоянием поляризации.

Кроме того, в последние годы наблюдается большой интерес к ГГВП с использованием биэллиптических или бициркулярных полей, в которых поляризации обеих составляющих, чьи частоты обычно соотносятся как 1:2 (схема $\omega-2\omega$), являются соответственно эллиптическими [58] или циркулярными [59], тогда как векторы электрических полей вращаются в противоположные стороны. Такая комбинация полей в соответствии с законами сохранения энергии и спина даёт возможность получить циркулярно поляризованные гармоники, причём в схеме $\omega-2\omega$ гармоники порядка $q = 3m-1$ оказываются правополяризованными, гармоники порядка $q = 3m+1$ – левополяризованными, а гармоники порядка $q = 3m$ оказываются (в теории) полностью подавленными. К недостаткам подобной схемы можно отнести чередование направления вращения электрического поля между соседними гармониками, затрудняющее формирование ультракоротких циркулярно поляризованных импульсов. Более того, гармоники,

полученные таким способом, строго говоря, являются циркулярно поляризованными только в среднем по периоду поля фундаментальной частоты. В действительности они представляют собой последовательность линейно поляризованных аттосекундных импульсов с различающимся от импульса к импульсу направлением поляризации и, таким образом, не могут быть использованы для исследования процессов в магнитных и хиральных средах на аттосекундных временах.

Альтернативным способом получения эллиптически или циркулярно поляризованного излучения высоких гармоник является генерация гармоник линейной поляризации с последующим преобразованием их поляризации в эллиптическую или циркулярную. В диапазоне ВУФ и рентгеновского излучения для этого преимущественно используются многослойные структуры, при прохождении через которые или при отражении от которых между двумя ортогональными (*s*- и *p*-) поляризационными компонентами поля набегает разность фаз $\pi/2$ [60]. Первоначально такие структуры применялись для преобразования и анализа поляризации излучения синхротронных источников [61, 62], но в недавних работах была показана возможность их использования для преобразования линейно поляризованного излучения высоких гармоник в циркулярно поляризованное [63, 64]. Однако существенным недостатком таких схем является низкая эффективность преобразования, составляющая в лучшем случае несколько процентов (по энергии излучения).

Таким образом, по описанным причинам важной задачей является усиление излучения эллиптически/циркулярно поляризованных высоких гармоник ВУФ/рентгеновского диапазона. В недавней работе [32] такая возможность была экспериментально показана с использованием столкновительного плазменного рентгеновского лазера на основе никелеподобных ионов Kr^{8+} . Однако в этом эксперименте усиливалась только одна резонансная гармоника с длиной волны 32,8 нм, а эллиптичность усиленного излучения полностью определялась эллиптичностью излучения затравки.

В данной главе метод усиления аттосекундных импульсов высоких гармоник, предложенный в работах [33] и [34], обобщён на случай представляющих наибольший практический интерес никеле- и неоподобных столкновительных плазменных рентгеновских лазеров. На примере плазменного рентгеновского лазера на основе неоподобных ионов Ti^{12+} с резонансной длиной волны 32,6 нм показана возможность использования данного метода для усиления и управления поляризацией эллиптически/циркулярно поляризованного излучения одиночной гармоники высокого порядка или нескольких высоких гармоник ВУФ диапазона, образующих последовательность субфемто-/аттосекундных импульсов.

2.1. Распространение резонансного излучения в модулированной неоноподобной активной среде плазменного рентгеновского лазера ионов Ti^{12+} : теоретическая модель

В данном разделе представлена теоретическая модель, описывающая распространение резонансного высокочастотного излучения в активной среде плазменного рентгеновского лазера с инверсией на переходе $|3p^1S_0\rangle \leftrightarrow |3s^1P_1\rangle$ неоноподобных ионов Ti^{12+} с резонансной длиной волны 32,6 нм в отсутствие модулирующего лазерного поля. Эта модель приведена в работе [A5]. Схема энергетических уровней перехода $|3p^1S_0\rangle \leftrightarrow |3s^1P_1\rangle$ ионов Ti^{12+} представлена на рисунке 2.1. Важно отметить, что схожей энергетической структурой обладают и другие неон- и никелеподобные (в частности, Mo^{14+} и Ag^{19+} [65]) активные среды, а, значит, обсуждаемые далее результаты могут быть обобщены на случаи подобных сред. Верхний энергетический уровень является невырожденным и соответствует состоянию $|1\rangle$ со значением полного момента $J=0$. Нижний энергетический уровень является трёхкратно вырожденным и соответствует состояниям $|2\rangle$, $|3\rangle$ и $|4\rangle$ с $J=1$ и проекцией момента на ось квантования $M=0$, $M=1$ и $M=-1$ соответственно. Далее предполагается, что активная среда плазменного рентгеновского лазера имеет форму тонкого цилиндра, вытянутого вдоль оси x , и используется пространственно-одномерное приближение, в котором характеристики среды и полей меняются только вдоль оси x . В качестве оси квантования выбрана ось z . В таком случае дипольный момент перехода из состояния $|1\rangle$ в состояние $|2\rangle$ будет ориентирован вдоль оси z , а дипольные моменты переходов между состояниями $|1\rangle$ и $|3\rangle$, а также $|1\rangle$ и $|4\rangle$, будут иметь составляющие вдоль осей x и y :

$$\mathbf{d}_{21} = \mathbf{z}_0 d_z, \quad \mathbf{d}_{31} = -\mathbf{x}_0 d_x - i\mathbf{y}_0 d_y, \quad \mathbf{d}_{41} = \mathbf{x}_0 d_x - i\mathbf{y}_0 d_y, \quad (2.1)$$

где \mathbf{x}_0 , \mathbf{y}_0 и \mathbf{z}_0 – единичные векторы вдоль осей x , y и z соответственно; $d_z = D/\sqrt{3}$, $d_x = d_y = D/\sqrt{6}$, а $D \equiv \left| \langle 3p^1S_0 || D || 3s^1P_1 \rangle \right|$ – приведённый матричный элемент дипольного момента перехода (см. [66]), который, в соответствии с [67], может быть вычислен через скорость спонтанного излучения на инвертированном переходе, $W(3p^1S_0; 3s^1P_1)$, как

$$D = \sqrt{\frac{3\hbar c^3}{4\omega^3} W(3p^1S_0; 3s^1P_1)}.$$

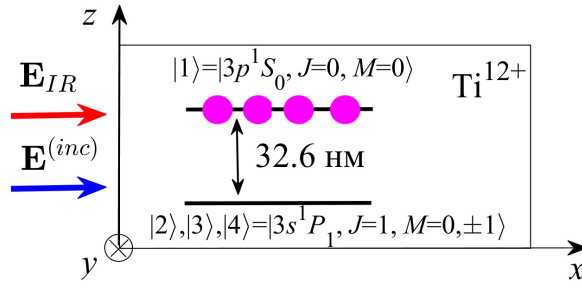


Рис. 2.1 Схема рассматриваемой постановки задачи. Активная среда плазменного рентгеновского лазера на основе неоноподобных ионов Ti^{12+} в виде вытянутого вдоль оси x цилиндра облучается комбинацией линейно поляризованного лазерного поля инфракрасного диапазона (красная стрелка) и высокочастотного резонансного поля (синяя стрелка), частота которого близка к частоте инвертированного перехода, а поляризация является, в общем случае, эллиптической и лежит в плоскости zy .

Активная среда плазменного рентгеновского лазера облучается резонансным излучением затравки ВУФ диапазона, электрическое поле которого на входе в среду ($x = 0$) имеет вид

$$\mathbf{E}^{(\text{inc})}(t) = \frac{1}{2} \left[z_0 \tilde{E}_z^{(\text{inc})}(t) + y_0 \tilde{E}_y^{(\text{inc})}(t) \right] \exp(-i\omega_{\text{inc}} t) + \text{к.с.}, \quad (2.2)$$

где ω_{inc} – несущая частота ВУФ излучения, $\tilde{E}_z^{(\text{inc})}(t)$ и $\tilde{E}_y^{(\text{inc})}(t)$ – медленно меняющиеся комплексные амплитуды z - и y -поляризационных составляющих падающего поля, а «к.с.» обозначает комплексно сопряжённую часть. Стоит отметить, что в (2.2) разность фаз между комплексными функциями $\tilde{E}_z^{(\text{inc})}(t)$ и $\tilde{E}_y^{(\text{inc})}(t)$ может быть произвольной, что соответствует произвольной (в общем случае эллиптической) поляризации ВУФ излучения.

По аналогии со случаем водородоподобной среды, рассмотренным в главе 1, далее предполагается, что наряду с ВУФ излучением активная среда плазменного рентгеновского лазера облучается интенсивным лазерным полем ИК диапазона, распространяющимся вдоль оси x и поляризованным вдоль оси z :

$$\mathbf{E}_{\text{IR}}(x, t) = z_0 E_M \cos \left[\Omega \left(t - x n_{\text{pl}} / c \right) + \vartheta \right]. \quad (2.3)$$

Фактически (2.3) совпадает с выражением (1.2), однако удобно ещё раз перечислить используемые обозначения: E_M и Ω – амплитуда и частота ИК поля, ϑ – начальная фаза модулирующего поля, c – скорость света в вакууме, $n_{\text{pl}} = \sqrt{1 - \omega_{\text{pl}}^2 / \Omega^2}$ – показатель преломления плазмы на частоте модулирующего поля, $\omega_{\text{pl}} = \sqrt{4\pi N_e e^2 / m_e}$ – электронная плазменная частота, N_e – концентрация свободных электронов в плазме, а e и m_e – заряд и масса электрона

соответственно. В выражении (2.3) длительность импульса ИК поля предполагается значительно превышающей длительности всех исследуемых процессов, что позволяет считать его монохроматическим. В случае ионов Ti^{12+} частота лазерного поля ближнего или среднего ИК диапазона на один–два порядка меньше частоты любого из переходов, связывающих состояния $|1\rangle$ – $|4\rangle$ с другими квантовыми состояниями ионов. В результате воздействие лазерного поля на состояния $|1\rangle$ – $|4\rangle$ сводится преимущественно к смещению соответствующих им энергетических уровней вследствие квадратичного эффекта Штарка. При этом положение i -го энергетического уровня ($i = 1, 2, 3, 4$) определяется формулой [68]:

$$E_i(x, t) = E_i^{(0)} + \frac{1}{2} \sum_{k \neq i} \frac{|d_{ki}^{(z)}|^2 E_M^2}{\hbar \omega_{ik}} \left\{ 1 + \cos \left[2\Omega(t - xn_{\text{pl}}/c) + 2\vartheta \right] \right\}, \quad (2.4)$$

где $E_i^{(0)}$ – невозмущённое значение энергии, ω_k – невозмущённая частота перехода из состояния $|i\rangle$ в состояние $|k\rangle$, $d_{ki}^{(z)}$ – проекция дипольного момента данного перехода на ось z , и суммирование ведётся по всем состояниям невозмущённого иона, в которые разрешены электродипольные переходы из состояния $|i\rangle$. Для удобства далее вводится обозначение $\Delta_{\Omega}^{(i)} = \sum_{k \neq i} |d_{ki}^{(z)}|^2 E_M^2 / (2\hbar \omega_{ik})$ для амплитуды смещения энергии состояния $|i\rangle$, а также $\Delta_{\Omega}^{(ij)} = (\Delta_{\Omega}^{(i)} - \Delta_{\Omega}^{(j)}) / \hbar$ для амплитуды изменения частоты перехода $|i\rangle \leftrightarrow |j\rangle$, где $i, j = 1, 2, 3, 4$. С учётом введённых обозначений мгновенные значения частот квантовых переходов между состояниями $|1\rangle$, $|2\rangle$, $|3\rangle$ и $|4\rangle$ могут быть представлены как

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_{12}(\tau, x) = \bar{\omega}_{\text{tr}}^{(z)} + \Delta_{\Omega}^{(z)} \cos(2\Omega\tau + 2\Delta Kx + 2\vartheta), \\ \omega_{13}(\tau, x) = \bar{\omega}_{\text{tr}}^{(y)} + \Delta_{\Omega}^{(y)} \cos(2\Omega\tau + 2\Delta Kx + 2\vartheta), \\ \omega_{14}(\tau, x) = \omega_{13}(\tau, x), \\ \omega_{23}(\tau, x) = (\Delta_{\Omega}^{(z)} - \Delta_{\Omega}^{(y)}) [1 + \cos(2\Omega\tau + 2\Delta Kx + 2\vartheta)], \\ \omega_{24}(\tau, x) = \omega_{23}(\tau, x), \\ \omega_{34}(\tau, x) = 0, \end{array} \right. \quad (2.5)$$

где $\tau = t - x\sqrt{\varepsilon_{\text{pl}}^{(\text{XUV})}}/c$ – локальное время в системе отсчёта, движущейся вдоль оси x с фазовой скоростью ВУФ излучения (2.2) в плазме, $\varepsilon_{\text{pl}}^{(\text{XUV})} = 1 - \omega_{\text{pl}}^2 / \omega_{\text{inc}}^2$ – диэлектрическая проницаемость плазмы для ВУФ излучения, $\Delta K = \Omega \left(\sqrt{\varepsilon_{\text{pl}}^{(\text{XUV})}} - n_{\text{pl}} \right) / c$ – добавка к волновому числу модулирующего поля, обусловленная отличием его фазовой скорости от фазовой скорости ВУФ излучения, $\bar{\omega}_{\text{tr}}^{(z)} \equiv (E_1^{(0)} - E_2^{(0)}) / \hbar + \Delta_{\Omega}^{(12)}$ – среднее по времени значение частоты перехода

$|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$, $\bar{\omega}_r^{(y)} \equiv (E_1^{(0)} - E_3^{(0)})/\hbar + \Delta_\Omega^{(13)} = (E_1^{(0)} - E_4^{(0)})/\hbar + \Delta_\Omega^{(14)}$ – среднее по времени значение частот переходов $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ и $|1\rangle \leftrightarrow |4\rangle$, $\Delta_\Omega^{(z)} \equiv \Delta_\Omega^{(12)}$ и $\Delta_\Omega^{(y)} \equiv \Delta_\Omega^{(13)} = \Delta_\Omega^{(14)}$.

Из выражений (2.4) и (2.5) следуют два важных вывода. Во-первых, в отличие от случая активной среды на основе водородоподобных ионов, рассмотренного в главе 1, в среде неоноподобных ионов Ti^{12+} под действием линейно поляризованного вдоль оси z ИК поля вследствие квадратичного эффекта Штарка промодулированными оказываются частоты переходов, взаимодействующих с обеими (z - и y -) поляризационными составляющими ВУФ излучения. Во-вторых, в присутствии модулирующего ИК поля как средние значения, так и амплитуды изменения частот квантовых переходов $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ и $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle, |4\rangle$ различаются в результате того, что состояния $|2\rangle$ и $|3\rangle, |4\rangle$ под действием ИК поля смещаются по-разному.

Эволюция квантового состояния ионов Ti^{12+} в присутствии ИК поля (2.3) под действием ВУФ излучения (2.2) описывается уравнениями для элементов матрицы плотности ρ_{ij} :

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho_{11}}{\partial t} + \gamma_{11} \rho_{11} = \frac{i}{\hbar} \sum_{s=1}^4 (\rho_{s1} \mathbf{d}_{1s} - \rho_{1s} \mathbf{d}_{s1}) \mathbf{E}, \\ \frac{\partial \rho_{ii}}{\partial t} + \gamma_{ii} \rho_{ii} = A \rho_{11} + \frac{i}{\hbar} \sum_{s=1}^4 (\rho_{si} \mathbf{d}_{is} - \rho_{is} \mathbf{d}_{si}) \mathbf{E}, \text{ если } i \neq 1, \\ \frac{\partial \rho_{ij}}{\partial t} + (i\omega_{ij}(t, x) + \gamma_{ij}) \rho_{ij} = \frac{i}{\hbar} \sum_{s=1}^4 (\rho_{sj} \mathbf{d}_{is} - \rho_{is} \mathbf{d}_{sj}) \mathbf{E}, \text{ если } j \neq i, \end{cases} \quad (2.6)$$

где $\mathbf{E} = \mathbf{E}(x, t)$ – электрическое поле ВУФ излучения в среде, $\omega_{ij}(t, x)$ – частоты квантовых переходов, определяемые выражениями (2.5), $A = W(3p^1S_0; 3s^1P_1)/3$ – скорость спонтанного излучательного перехода из состояния $|1\rangle$ в каждое из состояний $|2\rangle, |3\rangle$ и $|4\rangle$, $1/A = 242,5$ пс, а γ_{ij} – скорости релаксации элементов матрицы плотности, которые определяются следующим образом. Скорость релаксации диагонального элемента матрицы плотности ρ_{ii} складывается из скоростей излучательных переходов из состояния $|i\rangle$ во все нижележащие состояния ионов $\Gamma_{\text{rad}}^{(i)}$, а также скорости туннельной ионизации из состояния $|i\rangle$ под действием ИК поля $w_{\text{ion}}^{(i)}$, вычисляемой по формуле Переломова–Попова–Терентьева [69], т.е. $\gamma_{ii} = \Gamma_{\text{rad}}^{(i)} + w_{\text{ion}}^{(i)}$. Стоит отметить, что в рассматриваемом далее диапазоне интенсивностей ИК поля ионизация из резонансных состояний не существенна, $w_{\text{ion}}^{(i)} < \Gamma_{\text{rad}}^{(i)}$ ($\forall i$). Скорость релаксации недиагонального элемента матрицы плотности ρ_{ij} определяется как $\gamma_{ij} = (\gamma_{ii} + \gamma_{jj})/2 + \gamma_{\text{coll}}$, где γ_{coll} – частота упругих столкновений в плазме.

Далее, сделав переход к локальному времени $t \rightarrow \tau = t - x \sqrt{\varepsilon_{\text{pl}}^{(\text{XUV})}} / c$, можно искать решение системы уравнений (2.6) в приближении медленно меняющихся амплитуд, полагая, что

$$\mathbf{E}(x, \tau) = \frac{1}{2} \left[\mathbf{z}_0 \tilde{E}_z(x, \tau) + \mathbf{y}_0 \tilde{E}_y(x, \tau) \right] \exp(-i\omega_{\text{inc}} \tau) + \text{к.с.},$$

$$\rho_{12}(x, \tau) = \tilde{\rho}_{12}(x, \tau) e^{-i\omega_{\text{inc}} \tau}, \quad \rho_{13}(x, \tau) = \tilde{\rho}_{13}(x, \tau) e^{-i\omega_{\text{inc}} \tau}, \quad \rho_{14}(x, \tau) = \tilde{\rho}_{14}(x, \tau) e^{-i\omega_{\text{inc}} \tau}, \quad (2.7)$$

$$\rho_{ij} = \rho_{ji}^* \text{ и } \rho_{ij}(x, \tau) = \tilde{\rho}_{ij}(x, \tau) \text{ при } ij \neq \{12, 21, 13, 31, 14, 41\},$$

где $\tilde{E}_z(x, \tau)$ и $\tilde{E}_y(x, \tau)$ — медленно меняющиеся комплексные амплитуды поляризаационных составляющих ВУФ излучения в среде, $|\partial \tilde{E}_{z,y} / \partial \tau| \ll \omega_{\text{inc}} |\tilde{E}_{z,y}|$ и $|\partial \tilde{E}_{z,y} / \partial x| \ll \omega_{\text{inc}} \sqrt{\varepsilon_{\text{pl}}^{(\text{XUV})}} |\tilde{E}_{z,y}| / c$, а $\tilde{\rho}_{ij}(x, \tau)$ — медленно меняющиеся амплитуды элементов матрицы плотности среды, $|\partial \tilde{\rho}_{ij} / \partial \tau| \ll \omega_{\text{inc}} |\tilde{\rho}_{ij}|$ и $|\partial \tilde{\rho}_{ij} / \partial x| \ll \omega_{\text{inc}} \sqrt{\varepsilon_{\text{pl}}^{(\text{XUV})}} |\tilde{\rho}_{ij}| / c$. Полагая, что частота излучения (2.2) близка к частотам переходов $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ и $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle, |4\rangle$ с учётом их смещения под действием ИК поля, $|\omega_{\text{inc}} - \bar{\omega}_{\text{tr}}^{(z)}| \ll \omega_{\text{inc}} + \bar{\omega}_{\text{tr}}^{(z)}$, $|\omega_{\text{inc}} - \bar{\omega}_{\text{tr}}^{(y)}| \ll \omega_{\text{inc}} + \bar{\omega}_{\text{tr}}^{(y)}$, и используя также резонансное приближение, систему уравнений (2.6) можно представить в виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \tilde{\rho}_{11}}{\partial \tau} + \gamma_{11} \tilde{\rho}_{11} = \frac{i}{2\hbar} d_z (\tilde{\rho}_{12}^* \tilde{E}_z - \tilde{\rho}_{12} \tilde{E}_z^*) - \frac{1}{2\hbar} d_y (\tilde{\rho}_{13}^* \tilde{E}_y + \tilde{\rho}_{13} \tilde{E}_y^*) - \frac{1}{2\hbar} d_y (\tilde{\rho}_{14}^* \tilde{E}_y + \tilde{\rho}_{14} \tilde{E}_y^*), \\ \frac{\partial \tilde{\rho}_{22}}{\partial \tau} + \gamma_{22} \tilde{\rho}_{22} = A \tilde{\rho}_{11} - \frac{i}{2\hbar} d_z (\tilde{\rho}_{12}^* \tilde{E}_z - \tilde{\rho}_{12} \tilde{E}_z^*), \\ \frac{\partial \tilde{\rho}_{33}}{\partial \tau} + \gamma_{33} \tilde{\rho}_{33} = A \tilde{\rho}_{11} + \frac{1}{2\hbar} d_y (\tilde{\rho}_{13}^* \tilde{E}_y + \tilde{\rho}_{13} \tilde{E}_y^*), \\ \frac{\partial \tilde{\rho}_{44}}{\partial \tau} + \gamma_{44} \tilde{\rho}_{44} = A \tilde{\rho}_{11} + \frac{1}{2\hbar} d_y (\tilde{\rho}_{14}^* \tilde{E}_y + \tilde{\rho}_{14} \tilde{E}_y^*), \\ \frac{\partial \tilde{\rho}_{12}}{\partial \tau} + [i(\omega_{12}(\tau, x) - \omega_{\text{inc}}) + \gamma_{12}] \tilde{\rho}_{12} = -\frac{i}{2\hbar} d_z (\tilde{\rho}_{11} - \tilde{\rho}_{22}) \tilde{E}_z - \frac{1}{2\hbar} d_y \tilde{\rho}_{23}^* \tilde{E}_y - \frac{1}{2\hbar} d_y \tilde{\rho}_{24}^* \tilde{E}_y, \\ \frac{\partial \tilde{\rho}_{13}}{\partial \tau} + [i(\omega_{13}(\tau, x) - \omega_{\text{inc}}) + \gamma_{13}] \tilde{\rho}_{13} = \frac{1}{2\hbar} d_y (\tilde{\rho}_{11} - \tilde{\rho}_{33}) \tilde{E}_y + \frac{i}{2\hbar} d_z \tilde{\rho}_{23} \tilde{E}_z - \frac{1}{2\hbar} d_y \tilde{\rho}_{34}^* \tilde{E}_y, \\ \frac{\partial \tilde{\rho}_{14}}{\partial \tau} + [i(\omega_{14}(\tau, x) - \omega_{\text{inc}}) + \gamma_{14}] \tilde{\rho}_{14} = \frac{1}{2\hbar} d_y (\tilde{\rho}_{11} - \tilde{\rho}_{44}) \tilde{E}_y + \frac{i}{2\hbar} d_z \tilde{\rho}_{24} \tilde{E}_z - \frac{1}{2\hbar} d_y \tilde{\rho}_{34} \tilde{E}_y, \\ \frac{\partial \tilde{\rho}_{23}}{\partial \tau} + [i\omega_{23}(\tau, x) + \gamma_{23}] \tilde{\rho}_{23} = \frac{i}{2\hbar} d_z \tilde{\rho}_{13} \tilde{E}_z^* + \frac{1}{2\hbar} d_y \tilde{\rho}_{12}^* \tilde{E}_y, \\ \frac{\partial \tilde{\rho}_{24}}{\partial \tau} + [i\omega_{24}(\tau, x) + \gamma_{24}] \tilde{\rho}_{24} = \frac{i}{2\hbar} d_z \tilde{\rho}_{14} \tilde{E}_z^* + \frac{1}{2\hbar} d_y \tilde{\rho}_{12}^* \tilde{E}_y, \\ \frac{\partial \tilde{\rho}_{34}}{\partial \tau} + [i\omega_{34}(\tau, x) + \gamma_{34}] \tilde{\rho}_{34} = \frac{1}{2\hbar} d_y \tilde{\rho}_{14} \tilde{E}_y^* + \frac{1}{2\hbar} d_y \tilde{\rho}_{13}^* \tilde{E}_y. \end{array} \right. \quad (2.8)$$

В свою очередь при распространении ВУФ излучения в активной среде плазменного рентгеновского лазера его медленно меняющаяся амплитуда $\tilde{\mathbf{E}}(x, \tau) = \mathbf{z}_0 \tilde{E}_z(x, \tau) + \mathbf{y}_0 \tilde{E}_y(x, \tau)$ изменяется в соответствии с уравнением

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{E}}}{\partial x} = i2\pi \frac{\omega_{\text{inc}}}{c \sqrt{\epsilon_{\text{pl}}^{(\text{XUV})}}} \tilde{\mathbf{P}}, \quad (2.9)$$

которое получается из волнового уравнения после замены переменных $x, t \rightarrow x, \tau$ в приближении медленно меняющихся амплитуд. В уравнении (2.9) $\tilde{\mathbf{P}}$ — медленно меняющаяся амплитуда резонансной поляризации среды $\mathbf{P}(x, \tau) = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{P}}(x, \tau) \exp(-i\omega_{\text{inc}} \tau) + \text{к.с.}$, которая выражается через матрицу плотности следующим образом:

$$\mathbf{P} = N_{\text{ion}} \text{Tr}(\hat{\mathbf{d}} \hat{\rho}) = N_{\text{ion}} (\rho_{12} \mathbf{d}_{21} + \rho_{13} \mathbf{d}_{31} + \rho_{14} \mathbf{d}_{41}) + \text{к.с.}, \quad (2.10)$$

где N_{ion} — концентрация ионов Ti^{12+} , находящихся в резонансных состояниях $|1\rangle$, $|2\rangle$, $|3\rangle$ и $|4\rangle$ в начальный момент времени, а $\hat{\mathbf{d}}$ и $\hat{\rho}$ — операторы дипольного момента и матрицы плотности среды соответственно. Используя явный вид (2.1) для дипольных моментов переходов $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ и $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle, |4\rangle$, можно записать уравнения для медленно меняющихся амплитуд поляризационных составляющих ВУФ поля:

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial x} = i4\pi N_{\text{ion}} d_z \frac{\omega_{\text{inc}}}{c \sqrt{\epsilon_{\text{pl}}^{(\text{XUV})}}} \tilde{\rho}_{12}, \\ \frac{\partial \tilde{E}_y}{\partial x} = 4\pi N_{\text{ion}} d_y \frac{\omega_{\text{inc}}}{c \sqrt{\epsilon_{\text{pl}}^{(\text{XUV})}}} (\tilde{\rho}_{13} + \tilde{\rho}_{14}). \end{cases} \quad (2.11)$$

Далее предполагается, что при $\tau = t - x \sqrt{\epsilon_{\text{pl}}^{(\text{XUV})}} / c = 0$ среди состояний $|1\rangle$ – $|4\rangle$ заселено только состояние $|1\rangle$: $\tilde{\rho}_{11}(x, \tau=0) = 1$, и $\tilde{\rho}_{ii}(x, \tau=0) = 0$ при $i \neq 1$. Данное приближение оправдано тем, что скорость спонтанных излучательных переходов из состояния $|1\rangle$ в нижележащие состояния значительно меньше скоростей излучательных переходов из состояний $|2\rangle$, $|3\rangle$ и $|4\rangle$, а именно $1/\Gamma_{\text{rad}}^{(1)} \approx 50,2$ пс, тогда как $1/\Gamma_{\text{rad}}^{(2,3,4)} \approx 3,34$ пс. В результате в процессе эволюции плазмы, созданной последовательностью импульсов накачки, предшествующих импульсам резонансного излучения (2.2) и модулирующего поля (2.3), резонансные ионы Ti^{12+} накапливаются в состоянии $|1\rangle$. При этом аналогично главе 1 для моделирования усиленного спонтанного излучения активной среды в начальный момент времени (при $\tau = 0$) случайным образом задаются пространственные распределения когерентностей (недиагональных

элементов матрицы плотности) на инвертированных переходах $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle, |3\rangle, |4\rangle$ согласно методу [38–41]. Начальные значения остальных когерентностей предполагаются равными нулю.

В силу отсутствия отражений ВУФ излучения от границ среды граничные условия на передней границе среды имеют вид: $\tilde{E}_z(x=0, \tau) = \tilde{E}_z^{(inc)}(\tau)$ и $\tilde{E}_y(x=0, \tau) = \tilde{E}_y^{(inc)}(\tau)$. Аналогично, на задней границе среды $\tilde{E}_z^{(out)}(\tau) = \tilde{E}_z(x=L, \tau)$ и $\tilde{E}_y^{(out)}(\tau) = \tilde{E}_y(x=L, \tau)$, где L – толщина среды, $\tilde{E}_z^{(out)}$ и $\tilde{E}_y^{(out)}$ – поляризационные составляющие медленно меняющейся амплитуды ВУФ излучения за средой, $\mathbf{E}^{(out)}(\tau) = \frac{1}{2} [\mathbf{z}_0 \tilde{E}_z^{(out)}(\tau) + \mathbf{y}_0 \tilde{E}_y^{(out)}(\tau)] \exp(-i\omega_{inc} \tau) + \text{к.с.}$.

Уравнения (2.8) и (2.11) в совокупности с перечисленными начальными и граничными условиями полностью характеризуют временную динамику и пространственную эволюцию квантового состояния активной среды и резонансного излучения в процессе его распространения.

2.2. Используемые параметры активной неоноподобной плазмы ионов Ti^{12+} и модулирующего поля

В качестве активной среды плазменного рентгеновского лазера далее рассматривается плазма неоноподобных ионов Ti^{12+} . Как показано в работе [70], создание подобной активной среды возможно посредством облучения полированного образца Ti двумя лазерными импульсами, следующими друг за другом с определённой задержкой.

Первым из них является предимпульс с достаточно большой длительностью (~ 800 пс) и высокой энергией ($\sim 4,8$ Дж). Он направляется на мишень перпендикулярно её поверхности и фокусируется в полосу шириной ~ 50 мкм и длиной ~ 1 см. Таким образом, предимпульс создаёт плазму с максимально высокой концентрацией неоноподобных ионов и со слабым градиентом концентрации для того, чтобы подавить рассеяние рентгеновского излучения. Характерные значения температуры электронов в такой плазме составляют 120-180 эВ [71].

Далее, спустя примерно 1 нс после воздействия предимпульса в образовавшуюся плазму заводится второй импульс лазерного поля, длительность которого значительно меньше длительности первого импульса. Так, в работе [70] длительность и энергия второго импульса составляют 1 пс и 6 Дж, соответственно. Этот импульс создаёт инверсию населённостей на рабочем переходе неоноподобных ионов, в связи с чем его называют накачивающим. Т.к. энергия для создания инверсии населённостей в среде берётся из импульса накачки, то необходимо обеспечить условия наиболее полного и равномерного поглощения данного импульса в объёме среды. С этой целью импульс накачки вводят в среду под скользящим углом [72, 73], в результате чего при распространении к поверхности образца он испытывает отражение от слоя с критической концентрацией свободных электронов, тем самым дистанция распространения параллельно поверхности, а также эффективность поглощения импульса накачки в плазме увеличиваются. Стоит отметить, что большая часть энергии импульса накачки поглощается в области с критической концентрацией электронов, при этом локально в этой области температура электронов повышается до $\sim 2-3$ кэВ [71].

Далее в течение первых ~ 10 пс температура электронов уменьшается до $\sim 0,4-0,6$ кэВ, а затем в течение следующих ~ 200 пс происходит медленное охлаждение плазмы до первоначальной температуры (120-180 эВ) благодаря диссипативным эффектам, излучению и расширению плазмы. При этом мгновенное усиление на рабочем переходе оказывается сильно неоднородным как во времени, так и в пространстве, достигая значений $50-200$ см $^{-1}$ (по интенсивности) в течение 5–10 пс после импульса накачки в областях относительно постоянной плотности плазмы и ~ 500 см $^{-1}$ (по интенсивности) в течение 1–2 пс в области с критической

плотностью плазмы. Однако наиболее пригодной с точки зрения усиления резонансного излучения в такой среде является периферийная область плазмы с меньшей электронной концентрацией ($\sim 0,7-1,5 \times 10^{20} \text{ см}^{-3}$), где время жизни инверсии населённостей оказывается больше и составляет $\sim 10-20$ пс. Однако из-за меньшей концентрации электронов локальное значение усиления оказывается меньше, чем в критической области, и составляет $\sim 40-60 \text{ см}^{-1}$.

Далее предполагается, что концентрация свободных электронов в плазме равна $N_e = 5 \times 10^{19} \text{ см}^{-3}$ и остаётся постоянной в течение всего времени взаимодействия излучения затравки со средой ($\sim 1,5-4$ пс). При этом концентрация неоноподобных ионов Tl^{12+} составляет $N_{\text{ion}}^{(\text{total})} \approx 4,2 \times 10^{18} \text{ см}^{-3}$. Однако среди этих ионов лишь приблизительно 1% находится в состоянии $|1\rangle$ к моменту прихода импульса затравочного поля (при $\tau = 0$), тогда как начальные населённости состояний $|2\rangle-|4\rangle$ близки к нулю вследствие их быстрого излучательного опустошения. Таким образом, $N_{\text{ion}} \neq N_{\text{ion}}^{(\text{total})}$. В результате, коэффициент усиления резонансного ВУФ излучения (по интенсивности) в отсутствие модуляции составляет 70 см^{-1} (что соответствует результатам последних лет, полученным экспериментальной группой проф. Хорхе Рокка (Jorge J. Rocca), Университет штата Колорадо, Форт Коллинз, США (Colorado State University, Fort Collins, USA)), а по амплитуде – $g_0 = 35 \text{ см}^{-1}$. Характерное время столкновительной релаксации было получено на основе экспериментально измеренной ширины спектральной линии усиления оптически тонкой среды (данные предоставлены проф. Х. Рокка, см. [74]), $\Delta\lambda/\lambda = 1,5 \times 10^{-4}$, и составляет $1/\gamma_{\text{coll}} = 213$ фс.

Параметры энергетической структуры неоноподобных ионов Tl^{12+} были рассчитаны в группе проф. Хорхе Рокка (см. [74]). Согласно этим данным, невозмущённый потенциал ионизации верхнего лазерного уровня $|1\rangle$ составляет 282,06 эВ, а потенциал ионизации нижних лазерных состояний $|2\rangle$, $|3\rangle$ и $|4\rangle$ – 323,33 эВ. Амплитуда квадратичного штарковского сдвига энергии состояния $|1\rangle$ при рассматриваемой далее интенсивности модулирующего поля $I_M = 8,26 \times 10^{16} \text{ Вт/см}^2$ составляет $\hbar\Delta_{\Omega}^{(1)} = 1,0266$ эВ, для энергии состояния $|2\rangle$ аналогичная величина равна $\hbar\Delta_{\Omega}^{(2)} = -6,9606$ эВ; для энергий состояний $|3\rangle$ и $|4\rangle$ – $\hbar\Delta_{\Omega}^{(3)} = \hbar\Delta_{\Omega}^{(4)} = -7,5960$ эВ. Значения скоростей опустошения рассматриваемых состояний вследствие спонтанных переходов, а также скорости спонтанных переходов из состояния $|1\rangle$ в состояния $|2\rangle$, $|3\rangle$ или $|4\rangle$, приведены в предыдущем разделе. Наконец, приведённый дипольный момент на рассматриваемом переходе $|3p^1S_0\rangle \leftrightarrow |3s^1P_1\rangle$, необходимый для расчёта дипольных моментов переходов (2.1), составляет $D = 0,4067ea_0$. Стоит отметить, что согласно указанным данным расчётная длина волны инвертированного перехода ионов Tl^{12+} в отсутствие модулирующего

поля составляет 30,04 нм, тогда как в реальности она равна 32,6 нм. Данное различие следует иметь в виду при планировании возможного эксперимента.

Далее, как и в случае водородоподобной активной среды модулирующее поле не должно приводить к заметному опустошению верхнего лазерного состояния $|1\rangle$ ионов Ti^{12+} в течение времени установления поляризованного отклика среды. Для оценки предельно допустимого значения интенсивности модулирующего поля использовалось условие $w_{\text{ion}}^{(1)} = \gamma_{21}^{(0)}$, где $\gamma_{21}^{(0)}$ – скорость релаксации когерентности на переходе $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ в отсутствие модулирующего поля (она также равна $\gamma_{31}^{(0)}$ и $\gamma_{41}^{(0)}$). Таким образом, максимально допустимая интенсивность модулирующего поля составляет $1,2 \times 10^{17}$ Вт/см². Впрочем, использованная для расчёта скоростей ионизации формула Переломова–Попова–Терентьева [69] обладает ограниченной точностью для состояний многозарядных ионов, вследствие чего указанное значение интенсивности является приближённым. В свою очередь, чтобы модулирующее поле могло распространяться в активной среде, его длина волны должна быть меньше плазменной длины волны, составляющей $\lambda_{\text{pl}} = 2\pi c / \omega_{\text{pl}} \approx 4,7$ мкм для рассматриваемой концентрации свободных электронов $N_e = 5 \times 10^{19}$ см⁻³.

2.3. Аналитическое решение для резонансного излучения эллиптической поляризации на выходе из неопоподобной модулированной активной среды ионов Ti^{12+}

По аналогии с главой 1 в данном разделе получено аналитическое решение для поляризационных компонент ВУФ излучения в среде, $\tilde{E}_z(x, \tau)$ и $\tilde{E}_y(x, \tau)$, в линейном приближении, полагая, что (а) за рассматриваемое время населённости состояний не изменяются, $\tilde{\rho}_{ii}(x, \tau) = \tilde{\rho}_{ii}(x, \tau = 0)$, $i=1,2,3,4$, (б) когерентности на дипольно-запрещённых переходах между состояниями $|2\rangle$, $|3\rangle$ и $|4\rangle$ тождественно равны нулю, $\tilde{\rho}_{ij}(x, \tau) = 0$ если $i \neq 1$, $j \neq 1$ и $i \neq j$, (в) когерентности на дипольно-разрешённых переходах $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$, $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ и $|1\rangle \leftrightarrow |4\rangle$ равны нулю в начальный момент времени, что соответствует пренебрежению спонтанным излучением среды. Первые два приближения справедливы для не очень больших значений локального времени τ и не слишком интенсивного излучения затравки с электрическим вектором $\mathbf{E}^{(\text{inc})}(t)$. В то же время третье приближение подразумевает, что интенсивность излучения затравки достаточно велика для того, чтобы не учитывать спонтанное излучение среды. Как показывает сопоставление аналитического решения с представленными далее результатами численных расчётов на основе системы уравнений (2.8) и (2.11), эти приближения совместимы друг с другом. Приводимый далее вывод аналитического решения представлен в работе [A8].

В линейном приближении усиление поляризационных компонент ВУФ излучения происходит независимо, поэтому можно рассмотреть их эволюцию по отдельности. В линейном приближении распространение z -компоненты ВУФ излучения в среде описывается уравнениями

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial x} = i4\pi N_{\text{ion}} d_z \frac{\omega_{\text{inc}}}{c \sqrt{\epsilon_{\text{pl}}^{(\text{XUV})}}} \tilde{\rho}_{12}, \\ \frac{\partial \tilde{\rho}_{12}}{\partial \tau} + \left[i \left(\bar{\omega}_{\text{tr}}^{(z)} - \omega_{\text{inc}} \right) + i \Delta_{\Omega}^{(z)} \cos(2\Omega\tau + 2\Delta Kx + 2\vartheta) + \gamma_z \right] \tilde{\rho}_{12} = -in_{\text{tr}}^{(z)} \frac{d_z \tilde{E}_z}{2\hbar}, \end{cases} \quad (2.12)$$

где $\gamma_z \equiv \gamma_{12}$, $n_{\text{tr}}^{(z)} = \tilde{\rho}_{11}(x, \tau) - \tilde{\rho}_{22}(x, \tau)$ – разность населённостей на переходе $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$; в рассматриваемых приближениях $n_{\text{tr}}^{(z)} = 1$. Видно, что уравнения (2.12) аналогичны уравнениям (1.24) для z -поляризованной составляющей высокочастотного поля в модулированной водородоподобной активной плазменной среде. В связи с этим решение системы уравнений (2.12) относительно спектральной амплитуды z -поляризованной компоненты ВУФ поля

$\tilde{S}_z^{(\omega)}(x, \omega) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}_z(x, \tau) \exp(i\omega\tau) d\tau$ аналогично решению (1.30) и может быть записано в следующем виде:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_z^{(\omega)}(x, \omega) &= \tilde{S}_z^{(\omega)}(x=0, \omega) \exp\left[\tilde{G}_z(\omega)x\right] \\ &+ \frac{g_0}{\Delta K} \sum_{\substack{p_z=-\infty \\ p_z \neq 0}}^{\infty} \tilde{R}_{p_z}^{(z)}(\omega) e^{i2p_z \Phi} \int_0^{\Delta K x} \tilde{S}_z^{(\omega)}\left(\frac{\Phi}{\Delta K}, \omega + 2p_z \Omega\right) \exp\left[\frac{\tilde{G}_z(\omega)}{\Delta K}(\Delta K x - \Phi) + i2p_z \Phi\right] d\Phi, \end{aligned} \quad (2.13)$$

где $\tilde{S}_z^{(\omega)}(x=0, \omega) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}_z^{(\text{inc})}(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau$ – спектр z -поляризованной компоненты ВУФ поля на входе в среду, $g_0 = 2\pi\omega_{\text{inc}} N_{\text{ion}} n_{\text{tr}}^{(z)} d_z^2 / \left(\hbar c \gamma_z \sqrt{\varepsilon_{\text{pl}}^{(\text{XUV})}}\right)$ – коэффициент усиления (по амплитуде) активной среды в отсутствие модуляции,

$$\tilde{G}_z(\omega) = \sum_{k_z=-\infty}^{\infty} \tilde{G}_z^{(k_z)}(\omega), \quad \tilde{G}_z^{(k_z)}(\omega) = \frac{g_{k_z}^{(z)}}{1 + i\left(\bar{\omega}_{\text{tr}}^{(z)} + 2k_z \Omega - \omega_{\text{inc}} - \omega\right) / \gamma_z} \quad (2.14)$$

– спектр усиления модулированной активной среды для z -поляризованной составляющей ВУФ излучения, $g_{k_z}^{(z)} = g_0 J_{k_z}^2(P_{\Omega}^{(z)})$ – эффективный коэффициент усиления для линии усиления с номером k_z , центральная частота которой равна $\bar{\omega}_{\text{tr}}^{(z)} + 2k_z \Omega$. Для удобства далее переход $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ называется z -поляризованным, т.к. соответствующий дипольный момент ориентирован вдоль оси z . Кроме того, в (2.13) через $\tilde{R}_{p_z}^{(z)}(\omega)$ обозначено следующее выражение, которое по аналогии с (1.32) характеризует эффективность рассеяния поля спектральной составляющей на частоте $\omega + 2p_z \Omega$ в поле спектральной составляющей на частоте ω :

$$\tilde{R}_{p_z}^{(z)}(\omega) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{J_m(P_{\Omega}^{(z)}) J_{p_z+m}(P_{\Omega}^{(z)})}{1 + i\left(\bar{\omega}_{\text{tr}}^{(z)} + 2m\Omega - \omega_{\text{inc}} - \omega\right) / \gamma_z}. \quad (2.15)$$

В выражениях (2.14) и (2.15) $P_{\Omega}^{(z)} = \Delta_{\Omega}^{(z)} / (2\Omega) \sim I_M \Lambda$ – индекс модуляции z -поляризованного перехода, который в данном случае является отношением амплитуды изменения мгновенной частоты перехода вследствие квадратичного эффекта Штарка к удвоенной частоте модулирующего поля и пропорционален произведению интенсивности модулирующего поля на его длину волны. Значение индекса модуляции определяет спектр усиления среды $\tilde{G}_z(\omega)$, а также эффективность когерентного рассеяния спектральных компонент друг в друга $\tilde{R}_{p_z}^{(z)}(\omega)$.

Важно отметить, что в отличие от рассмотренного в главе 1 случая водородоподобной активной плазмы ионов Li^{2+} в активной плазме неоноподобных ионов Ti^{12+} , характерные параметры которой приведены в разделе 2.2, эффекты когерентного рассеяния спектральных составляющих резонансного поля подавлены. Действительно, при рассматриваемой

концентрации свободных электронов $N_e = 5 \times 10^{19} \text{ см}^{-3}$, длине волны модулирующего поля $\Lambda = 1 \text{ мкм}$ и $\omega_{\text{inc}} = \bar{\omega}_{\text{tr}}^{(z)}$ отношение $g_0/\Delta K \approx 0,02$.

Таким образом, в (2.13) вторым слагаемым можно пренебречь, и медленно меняющаяся амплитуда z -поляризованной составляющей ВУФ излучения на глубине среды x определяется следующим выражением, которое, в частности, не зависит от начальной фазы модулирующего поля ϑ , в связи с чем в дальнейшем для удобства полагается $\vartheta = 0$:

$$\tilde{E}_z(x, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{S}_z^{(\omega)}(x=0, \omega) \exp[\tilde{G}_z(\omega)x] e^{-i\omega\tau} d\omega. \quad (2.16)$$

Аналогичным образом можно рассмотреть распространение y -компоненты ВУФ излучения в среде. В линейном приближении оно описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{E}_y}{\partial x} = 4\pi N_{\text{ion}} d_y \frac{\omega_{\text{inc}}}{c\sqrt{\varepsilon_{\text{pl}}^{(\text{XUV})}}} (\tilde{\rho}_{13} + \tilde{\rho}_{14}), \\ \frac{\partial \tilde{\rho}_{13}}{\partial \tau} + \left[i(\bar{\omega}_{\text{tr}}^{(y)} - \omega_{\text{inc}}) + i\Delta_{\Omega}^{(y)} \cos(2\Omega\tau + 2\Delta Kx) + \gamma_y \right] \tilde{\rho}_{13} = n_{\text{tr}}^{(y)} \frac{d_y \tilde{E}_y}{2\hbar}, \\ \frac{\partial \tilde{\rho}_{14}}{\partial \tau} + \left[i(\bar{\omega}_{\text{tr}}^{(y)} - \omega_{\text{inc}}) + i\Delta_{\Omega}^{(y)} \cos(2\Omega\tau + 2\Delta Kx) + \gamma_y \right] \tilde{\rho}_{14} = n_{\text{tr}}^{(y)} \frac{d_y \tilde{E}_y}{2\hbar}, \end{cases} \quad (2.17)$$

где $\gamma_y \equiv \gamma_{13} = \gamma_{14}$, $n_{\text{tr}}^{(y)} = \tilde{\rho}_{11}(x, \tau) - \tilde{\rho}_{33}(x, \tau) = \tilde{\rho}_{11}(x, \tau) - \tilde{\rho}_{44}(x, \tau)$ – разность населённостей на переходах $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ и $|1\rangle \leftrightarrow |4\rangle$, которая в рассматриваемом случае является одинаковой и равняется $n_{\text{tr}}^{(y)} = 1$, а $\vartheta = 0$. В дальнейшем для удобства эти переходы называются y -поляризованными. По аналогии с (2.12) решение системы уравнений (2.17) имеет вид

$$\tilde{E}_y(x, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{S}_y^{(\omega)}(x=0, \omega) \exp[\tilde{G}_y(\omega)x] e^{-i\omega\tau} d\omega, \quad (2.18)$$

в котором $\tilde{S}_y^{(\omega)}(x=0, \omega) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}_y^{(\text{inc})}(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau$ – спектр y -поляризованной компоненты ВУФ поля на входе в среду, а

$$\tilde{G}_y(\omega) = \sum_{k_y=-\infty}^{\infty} \tilde{G}_y^{(k_y)}(\omega), \quad \tilde{G}_y^{(k_y)}(\omega) = \frac{g_{k_y}^{(y)}}{1 + i(\bar{\omega}_{\text{tr}}^{(y)} + 2k_y\Omega - \omega_{\text{inc}} - \omega)/\gamma_y} \quad (2.19)$$

– спектр усиления модулированной активной среды для y -поляризованной составляющей ВУФ излучения, $g_{k_y}^{(y)} = g_0 J_{k_y}^2(P_{\Omega}^{(y)})$ – эффективный коэффициент усиления, соответствующий линии усиления с номером k_y для y -поляризованной составляющей ВУФ поля, $P_{\Omega}^{(y)} = \Delta_{\Omega}^{(y)}/(2\Omega) \sim I_M \Lambda$ – индекс модуляции y -поляризованных переходов,

$$g_0 = 4\pi\omega_{\text{inc}} N_{\text{ion}} n_{\text{tr}}^{(y)} d_y^2 / \left(\hbar c \gamma_y \sqrt{\varepsilon_{\text{pl}}^{(\text{XUV})}} \right) = 2\pi\omega_{\text{inc}} N_{\text{ion}} n_{\text{tr}}^{(z)} d_z^2 / \left(\hbar c \gamma_z \sqrt{\varepsilon_{\text{pl}}^{(\text{XUV})}} \right).$$

Согласно решениям (2.16) и (2.18), частотные компоненты ВУФ излучения при распространении в среде усиливаются независимо друг от друга, причём коэффициент усиления для z -компоненты определяется выражением (2.14), а для y -компоненты – (2.19). Согласно этим выражениям спектры усиления для z - и y -компонент высокочастотного поля, $\tilde{G}_{z,y}(\omega)$, представляют собой набор индуцированных линий усиления, отстоящих друг от друга на удвоенную частоту модулирующего поля и центрированных относительно усреднённых по периоду модуляции частот z - и y -поляризованных переходов ($\bar{\omega}_t^{(z)}$ и $\bar{\omega}_t^{(y)}$). При этом соответствующие коэффициенты усиления отличаются от невозмущённого коэффициента усиления g_0 в $J_{k_z}^2(P_\Omega^{(z)})$ и $J_{k_y}^2(P_\Omega^{(y)})$ раз. В силу того, что частота модулирующего поля Ω существенно превышает скорости релаксации когерентностей $\gamma_z \approx \gamma_y \equiv \gamma$ (для ионов Tl^{12+} и модулирующего поля с длиной волны 1 мкм $\Omega/\gamma \approx 410$), которые определяют полуширины линий усиления и при рассматриваемых интенсивностях модулирующего поля близки друг к другу, индуцированные линии усиления с различными номерами $k_{z,y}$ в общем случае не перекрываются.

2.4. Анализ условий усиления совокупности эллиптически поляризованных гармоник в модулированной активной среде плазменного рентгеновского лазера на основе неоноподобных ионов Ti^{12+}

Приводимый в данном разделе материал опубликован в работах [A5, A8].

Для усиления излучения эллиптической или циркулярной поляризации обе его поляризационные составляющие должны усиливаться совместно. Это возможно в том случае, если выполняется равенство $\omega + \omega_{\text{inc}} = \bar{\omega}_{\text{tr}}^{(z)} + 2k_z\Omega = \bar{\omega}_{\text{tr}}^{(y)} + 2k_y\Omega$, соответствующее совпадению частот индуцированных линий усиления для z - и y -поляризованных компонент поля. Другими словами, разность частот $\bar{\omega}_{\text{tr}}^{(z)}$ и $\bar{\omega}_{\text{tr}}^{(y)}$ должна быть равна или кратна удвоенной частоте модулирующего поля: $\bar{\omega}_{\text{tr}}^{(y)} - \bar{\omega}_{\text{tr}}^{(z)} = 2\Omega(k_z - k_y)$. В дальнейшем будет рассмотрен наиболее простой для экспериментальной реализации случай

$$\bar{\omega}_{\text{tr}}^{(y)} - \bar{\omega}_{\text{tr}}^{(z)} = 2\Omega. \quad (2.20)$$

При этом $k \equiv k_z = k_y - 1$, и если эффективный коэффициент усиления z -составляющей излучения пропорционален $J_k^2(P_{\Omega}^{(z)})$, то эффективный коэффициент усиления y -составляющей излучения пропорционален $J_{k-1}^2(P_{\Omega}^{(y)})$. В силу того, что $\bar{\omega}_{\text{tr}}^{(y)} - \bar{\omega}_{\text{tr}}^{(z)} = \Delta_{\Omega}^{(y)} - \Delta_{\Omega}^{(z)}$ и $\Delta_{\Omega}^{(y)} - \Delta_{\Omega}^{(z)} \sim E_M^2$ (см. (2.4)), равенство (2.20) однозначно связывает интенсивность модулирующего поля с его частотой и, соответственно, с длиной волны. Для ионов Ti^{12+} эта зависимость изображена на рисунке 2.2, где помимо длины волны модулирующего поля, для которой выполняется условие (2.20) (левая вертикальная ось, синяя сплошная линия), изображены скорости ионизации из состояний $|1\rangle$, $|2\rangle$, $|3\rangle$ и $|4\rangle$, $w_{\text{ion}}^{(i)}$, в зависимости от интенсивности модулирующего поля (правая вертикальная ось, красная штрих-пунктирная, зелёная штриховая, чёрная пунктирная и бирюзовая пунктирная линии соответственно). Скорости ионизации нормированы на полуширину линии усиления в отсутствие модуляции, $\gamma_0 = \gamma_{21}^{(0)} = \gamma_{31}^{(0)} = \gamma_{41}^{(0)}$. Как было показано в разделе 2.2, для ионов Ti^{12+} оценка максимально допустимой интенсивности модулирующего поля даёт $1,2 \times 10^{17}$ Вт/см². Согласно рисунку 2.2 соответствующая минимальная длина волны модулирующего поля, при которой выполняется условие (2.20), приблизительно равна 2,7 мкм.

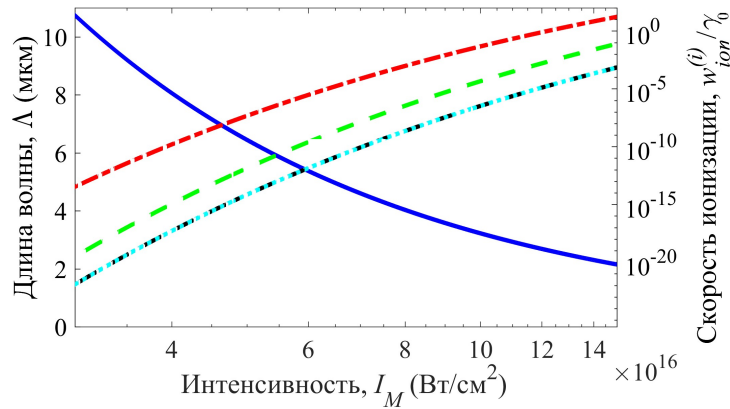


Рис. 2.2 Зависимость длины волны модулирующего поля, для которой выполняется условие (2.20) (синяя сплошная линия, левая вертикальная ось), и соответствующих скоростей ионизации из резонансных состояний ионов Ti^{12+} , нормированных на полуширину линии усиления в отсутствие модуляции, $\gamma_0 = \gamma_{21}^{(0)} = \gamma_{31}^{(0)} = \gamma_{41}^{(0)}$ (остальные линии, правая вертикальная ось), от интенсивности модулирующего поля, I_M . Красная штрих-пунктирная линия соответствует скорости ионизации из состояния $|1\rangle$, зелёная штриховая линия – из состояния $|2\rangle$, а совпадающие чёрная и бирюзовая пунктирные линии – из состояний $|3\rangle$ и $|4\rangle$.

В дальнейшем предполагается, что интенсивность и длина волны модулирующего поля равны $8,26 \times 10^{16}$ Вт/см² и 3,9 мкм соответственно. Данные значения параметров могут быть достигнуты в лазерных системах на основе оптического параметрического усиления чирпированных импульсов (ОРСПА-системы) [75, 76]. Необходимо отметить, что при рассматриваемых параметрах модулирующего поля начинают проявляться релятивистские эффекты. Однако для рассматриваемых далее процессов данные эффекты не должны играть существенной роли. Так, при указанных параметрах модулирующего поля происходит примерно 20% релятивистское увеличение массы электронов (соответствующий Лоренц-фактор равен 1,2). Это увеличение приводит к 10%-ному уменьшению плазменной частоты электронов и делает плазму немного более прозрачной для модулирующего ИК поля. Это полезный, но слабый эффект. Другим возможным релятивистским эффектом является вытеснение электронов под действием пондеромоторной силы на переднем фронте импульса ИК поля [77, 78], что потенциально может привести к частичному отражению импульса модулирующего поля. Однако данный эффект возникает только при условии достаточно резкого переднего фронта лазерного импульса и не наблюдается для рассматриваемых далее импульсов модулирующего поля пикосекундной длительности. Стоит также отметить, что рассматриваемая далее частота модулирующего поля $\Omega = 4,8 \times 10^{14}$ с⁻¹ (соответствующая длине волны 3,9 мкм) близка к

плазменной частоте с учётом релятивистской поправки $\omega_{\text{pl}}^{(\text{rel})} = \omega_{\text{pl}} / \sqrt{1,2} = 3,6 \times 10^{14} \text{ с}^{-1}$. Однако т.к. рассматриваемое модулирующее поле является квазимонохроматическим, влиянием переходных эффектов на переднем фронте лазерного импульса можно пренебречь.

Как следует из решений (2.14), (2.16), (2.18) и (2.19), эффективные коэффициенты усиления для z - и y -поляризационных составляющих ВУФ поля пропорциональны квадратам функций Бесселя, порядок которых определяется отстройкой частоты поля от центральных частот переходов $\bar{\omega}_{\text{tr}}^{(z)}$ и $\bar{\omega}_{\text{tr}}^{(y)}$ соответственно. При этом различие эффективных коэффициентов усиления для поляризационных составляющих ВУФ излучения обусловлено исключительно различием порядков и аргументов соответствующих функций Бесселя в выражениях (2.14) и (2.19). При рассматриваемых интенсивности и длине волны модулирующего поля индексы модуляции для z - и y -поляризованных переходов равны $P_{\Omega}^{(z)} \approx 12,57$ и $P_{\Omega}^{(y)} \approx 13,57$. Соответствующие зависимости полусуммы и разности эффективных коэффициентов усиления для z - и y - поляризационных компонент ВУФ излучения ($g_k^{(z)}$ и $g_{k-1}^{(y)}$ соответственно) от величины $k = (\omega + \omega_{\text{inc}} - \bar{\omega}_{\text{tr}}^{(z)}) / (2\Omega)$ изображены на рисунке 2.3. В силу того, что при одной и той же частоте поля $\omega + \omega_{\text{inc}}$ z -компонента поля находится в резонансе с k -й индуцированной линией усиления активной среды, а y -компонента поля – в резонансе с $(k-1)$ -й линией усиления, а также в силу различия индексов модуляции для z - и y -поляризованных переходов, коэффициенты усиления для z - и y -составляющих ВУФ излучения оказываются различными. При этом в зависимости от значения k возможны все три варианта: (а) $g_k^{(z)} \approx g_{k-1}^{(y)}$, (б) $g_k^{(z)} > g_{k-1}^{(y)}$ и (в) $g_k^{(z)} < g_{k-1}^{(y)}$.

В первом случае поляризационные составляющие ВУФ излучения усиливаются с равной эффективностью, что позволяет усиливать эллиптически или циркулярно поляризованное излучение с сохранением его эллиптичности. Во втором случае z -поляризованная компонента поля усиливается эффективнее, чем y -поляризованная. В результате по мере распространения в среде эллиптичность поля меняется. Если на входе в среду присутствует квазимонохроматическое ВУФ излучение с малой эллиптичностью и большой осью эллипса поляризации, совпадающей с осью y , то по мере усиления в среде эллиптичность ВУФ излучения будет возрастать вследствие преимущественного усиления z -поляризованной компоненты, и на определённой толщине среды его поляризация станет близкой к циркулярной. Однако в том случае, если большая ось эллипса поляризации ВУФ излучения на входе в среду совпадает с осью z , по мере распространения в среде эллиптичность будет уменьшаться, и поляризация выходного излучения будет приближаться к линейной. В третьем случае справедливы рассуждения, аналогичные второму случаю с точностью до поворота

эллипса поляризации падающего поля на 90° . Стоит отметить, что согласно полученным решениям (2.14), (2.16), (2.18) и (2.19) поляризационные компоненты ВУФ излучения усиливаются независимо друг от друга, при этом фазовые соотношения между ними сохраняются.

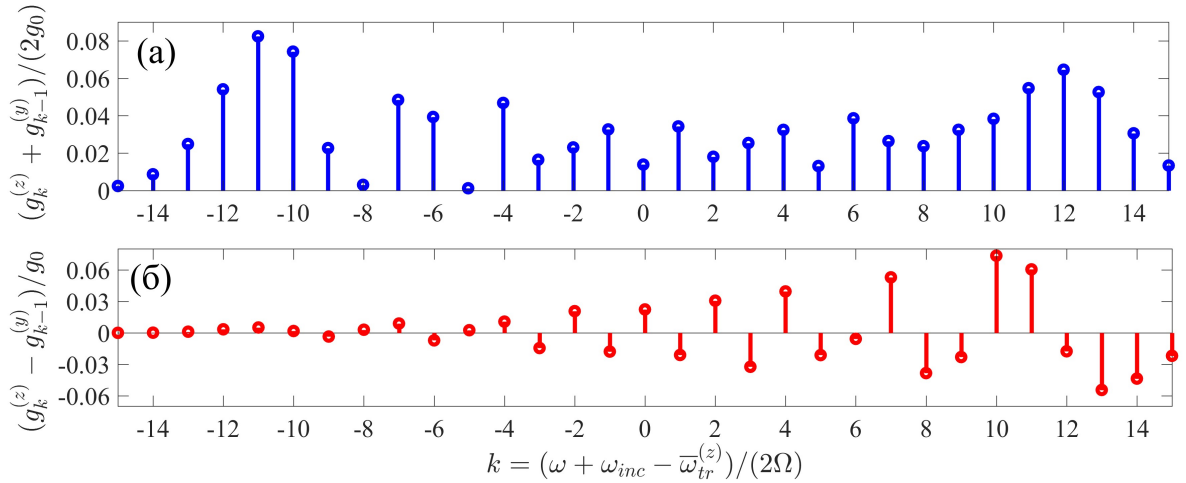


Рис. 2.3 Полусумма (а) и разность (б) эффективных коэффициентов усиления z - ($g_k^{(z)}$) и y - ($g_{k-1}^{(y)}$) поляризованных составляющих при условии (2.20) в зависимости от величины отстройки от средней по времени частоты z -поляризованного перехода. Эффективные коэффициенты усиления нормированы на коэффициент усиления среды в отсутствие модуляции, g_0 , а $P_\Omega^{(z)} \approx 12,57$, $P_\Omega^{(y)} \approx 13,57$.

Как следует из рисунка 2.3, в спектре усиления среды можно выделить две характерные области. Первая из них соответствует линиям усиления с номерами $-15 \leq k \leq -6$. Здесь коэффициенты усиления для z - и y -поляризационных компонент поля близки друг к другу, вследствие чего эта спектральная область подходит для усиления излучения с сохранением его поляризации. Ниже будут рассмотрены случаи (а) $k = -10$ для усиления одиночной циркулярно поляризованной гармоники и (б) $k = -13, -12, -11, -10$ и -9 для совокупности 5 гармоник, образующих последовательность коротких импульсов циркулярной поляризации. Во второй области, соответствующей $-4 \leq k \leq 5$, для гармоник, резонансных к линиям усиления с чётными k , z -поляризованная компонента поля усиливается эффективнее, чем y -поляризованная, тогда как для нечётных k эффективнее усиливается y -компонента. Соответственно, эта спектральная область подходит для усиления совокупности высоких гармоник эллиптической поляризации с увеличением их эллиптичности. В качестве примера будет рассмотрено усиление совокупности 5 гармоник высокого порядка эллиптической поляризации, находящихся в резонансе с индуцированными линиями усиления с $k = -3, -1, 1, 3$ и 5 (в этом случае гармоники в спектре

излучения затравки генерируются второй гармоникой модулирующего поля). Кроме того, будет рассмотрен случай одиночной эллиптически поляризованной высокой гармоники в резонансе с линиями усиления с $k = 10$; при этом коэффициент усиления для излучения z -поляризации близок к максимуму, а коэффициент усиления для излучения y -поляризации практически равен нулю. Данные условия являются оптимальными для управления эллиптичностью поля отдельной гармоники в процессе её усиления.

2.5. Результаты численных расчётов для усиления гармоник высокого порядка эллиптической и циркулярной поляризации

Представленные в этом разделе результаты опубликованы в работах [A5, A8].

Далее эллиптичность ВУФ излучения характеризуется величиной σ , которая определяется следующим образом [79]:

$$\sigma = \operatorname{tg}(\chi), \quad (2.21)$$

где угол χ определяется как

$$\sin(2\chi) = \frac{2|\tilde{E}_z| \cdot |\tilde{E}_y| \sin(\delta)}{|\tilde{E}_z|^2 + |\tilde{E}_y|^2}, \quad (2.22)$$

а $\delta \equiv \arg(\tilde{E}_z) - \arg(\tilde{E}_y)$ – разность фаз между медленно меняющимися амплитудами \tilde{E}_z и \tilde{E}_y .

В дальнейшем будет рассматриваться усиление циркулярно и эллиптически поляризованных ВУФ полей с $\delta = \pi/2$, обе (z - и y -) поляризационные компоненты которых настроены в точный резонанс с соответствующими им линиями усиления. При этом в силу того, что величины $g_k^{(z)}$ и $g_{k-1}^{(y)}$ являются действительными, и если главные оси эллипса поляризации падающего поля совпадают с осями y и z , в процессе усиления их ориентация не изменится. В этом случае эллиптичность выходного излучения фактически определяется отношением амплитуд его поляризационных компонент. Кроме того, в численных расчётах, результаты которых приведены ниже, полагается, что падающее поле представляет собой одну или несколько синфазных высоких гармоник, каждая из которых во временной области обладает гладкой огибающей (по амплитуде) вида

$$a(\tau) = [\theta(\tau) - \theta(\tau - \tau_{\text{zero}})] \sin^2(\pi\tau/\tau_{\text{zero}}), \quad (2.23)$$

где величина τ_{zero} определяет длительность импульса излучения затравки как продолжительность интервала времени между моментами, когда огибающая обращается в ноль. В дальнейшем полагается $\tau_{\text{zero}} = 750$ фс. При этом длительность огибающей по полувысоте интенсивности составляет порядка 270 фс. Данная длительность превышает время установления резонансной поляризации активной среды (которое составляет порядка 200 фс), что обеспечивает эффективное усиление излучения затравки. Для усиления более коротких импульсов необходимо сократить время установления поляризации посредством (а) увеличения скорости столкновительной релаксации γ_{coll} (путём использования более плотной и/или более

горячей плазмы [80, 81]) или (б) увеличения скоростей ионизации $w_{\text{ion}}^{(i)}$, $i=1,2,3,4$ (путём использования более интенсивного модулирующего поля). Однако, и в том, и в другом случае уширение линий усиления активной среды будет приводить к уменьшению соответствующих коэффициентов усиления. Другая возможность для усиления коротких импульсов состоит в использовании высокоинтенсивного излучения затравки, в присутствии которого релаксационными процессами в активной среде можно пренебречь (см. работу [33] в разделе, посвящённом выделению одиночного аттосекундного импульса из последовательности). Тем не менее, далее будет рассматриваться излучение затравки с интенсивностью поляризационных компонент в диапазоне 10^6 – 10^8 Вт/см²; при этом на рассматриваемых толщинах среды (до 15 мм) усиление излучения происходит в режиме, который близок к линейному.

2.5.1. Увеличение эллиптичности в процессе усиления излучения одной высокой гармонике

Ниже рассмотрено усиление 175-й гармонике модулирующего поля с длиной волны 22,29 нм. Эта гармоника находится в резонансе с индуцированными линиями усиления с $k = 10$ для z -поляризации и $(k-1) = 9$ для y -поляризации. Как уже упоминалось, в этом случае коэффициент усиления для z -составляющей излучения близок к максимуму, а коэффициент усиления для y -составляющей минимален, что позволяет эффективно управлять степенью эллиптичности излучения в процессе его усиления.

На рисунке 2.4(а) представлена зависимость эллиптичности усиливаемого излучения (2.21) от локального времени τ и пространственной координаты x (толщины активной среды). Интенсивность y -составляющей излучения затравки полагается равной 10^7 Вт/см², а интенсивность z -составляющей – $0,9 \times 10^6$ Вт/см². Соответственно при $x = 0$ и $0 \leq \tau \leq 750$ фс эллиптичность излучения составляет 0,3, и y -поляризация доминирует (при больших значениях времени падающее поле равно нулю). По мере распространения в среде эллиптичность излучения возрастает в результате преимущественного усиления излучения z -поляризации, однако этот рост происходит неоднородно во времени. Усиление поля z -поляризации протекает в близком к линейному режиме (без существенного изменения разности населённостей среды) и сопровождается сужением его спектра и, как следствие, увеличением длительности его огибающей. В результате на произвольной толщине среды существует отрезок времени, в течение которого излучение z -поляризации становится интенсивнее, чем излучение y -поляризации. На малых толщинах z -поляризация доминирует в самом конце импульса (в окрестности $\tau = 750$ фс), где поле y -поляризации стремится к нулю, а поле z -поляризации оказывается ненулевым вследствие усиления. С ростом толщины среды излучение z -поляризации сравнивается по амплитуде с полем y -поляризации при меньших значениях локального времени τ . В результате область максимальной эллиптичности излучения смещается к максимуму его огибающей. При этом следует отметить, что максимумы огибающих полей z - и y - поляризации совпадают только при $x = 0$, тогда как в процессе усиления максимум огибающей z -компоненты поля смещается в область больших значений локального времени. Пространственная зависимость положения максимумов z - и y - компонент поля изображена на рисунке 2.4(а) зелёной и чёрной кривыми. Кроме того, коричневой сплошной кривой на рисунке 2.4(а) показано положение максимума суммарной интенсивности поляризованных компонент: в тонкой среде максимум суммарной интенсивности достигается вблизи максимума огибающей y -поляризации (z -поляризация слабее), тогда как на максимально рассматриваемых

толщинах среды максимум суммарной интенсивности смещается к максимуму огибающей z -поляризованной компоненты, которая становится доминирующей вследствие её усиления. На рисунке 2.4(б) изображена пространственная зависимость эллиптичности поля в момент времени, соответствующий максимуму суммарной интенсивности по обеим поляризационным составляющим. Видно, что с ростом толщины среды эллиптичность σ увеличивается вследствие роста интенсивности z -поляризованной составляющей поля. При $x \approx 5,7$ мм излучение в максимуме суммарной (по поляризационным компонентам) огибающей приобретает круговую поляризацию, $\sigma \approx 1$, тогда как на больших толщинах среды эллиптичность спадает вследствие дальнейшего роста интенсивности поля z -поляризации.

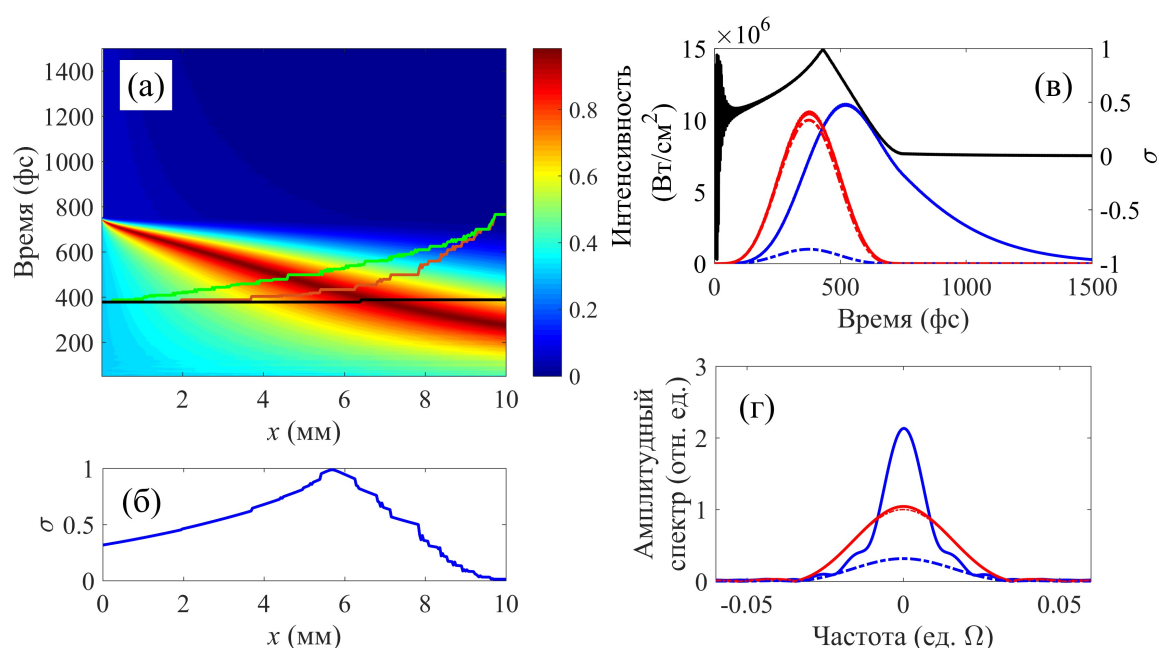


Рис. 2.4 (а) Пространственно-временная зависимость эллиптичности σ 175-й гармоники модулирующего поля ($k=10$). На входе в среду $\sigma(x=0)=0,3$ (доминирует y -поляризация). Зелёной и чёрной кривыми показаны положения максимумов огибающих z - и y -поляризационных компонент усиливаемого излучения, соответственно. Коричневой кривой изображено положение максимума суммарной интенсивности поляризованных компонент. (б) Эллиптичность излучения в максимуме суммарной интенсивности его поляризационных компонент в зависимости от толщины среды x . (в) Зависимости интенсивностей поляризованных компонент поля (левая вертикальная ось) и эллиптичности (чёрная сплошная линия, правая вертикальная ось) от локального времени τ , и (г) — соответствующие амплитудные спектры для $x=0$ (штрих-пунктирные кривые), а также после усиления в среде с толщиной $x=5,7$ мм (сплошные кривые). Красный цвет соответствует y -составляющей поля, синий цвет — z -составляющей.

Временные зависимости интенсивностей поляризационных компонент поля высокой гармоники на оптимальной толщине среды $x = 5,7$ мм изображены на рисунке 2.4(в). Соответствующие им амплитудные спектры — на рисунке 2.4(г). Как следует из данных рисунков, при $x = 5,7$ мм пиковые интенсивности z - и y -поляризованных составляющих излучения приблизительно сравниваются, однако энергия, заключённая в z -составляющей, оказывается значительно большей вследствие увеличения её длительности в процессе усиления.

Стоит также отметить, что при рассматриваемой интенсивности падающего поля ($\sim 10^7$ Вт/см²) усиленное спонтанное излучение активной среды оказывается значительно слабее излучения усиливаемой высокой гармоники. Однако в начальные моменты времени $\tau \leq 50$ fs, пока интенсивность гармоники мала, усиленное спонтанное излучение приводит к формированию шумовой зависимости эллиптичности от времени, которая на больших временах сменяется на гладкую детерминированную зависимость (см. чёрную линию на рисунке 2.4(в)).

Таким образом, использование модулированной активной среды плазменного рентгеновского лазера позволяет повысить эллиптичность одиночной гармоники в несколько раз с одновременным увеличением энергии излучения более чем в три раза.

2.5.2. Усиление циркулярно поляризованного излучения одиночной высокой гармоники с сохранением её поляризационного состояния

Далее рассмотрено усиление 135-й гармоники модулирующего поля, резонансной индуцированным линиям усиления, соответствующим $k = -10$ для z -поляризации и $(k - 1) = -11$ для y -поляризации. В этом случае коэффициенты усиления поляризационных составляющих близки друг к другу (см. рисунок 2.3), что позволяет усиливать излучение циркулярной или эллиптической поляризации без заметного изменения его поляризационного состояния. Пусть на входе в среду $\sigma = 1$, т.е. падающее излучение обладает циркулярной поляризацией. При этом пиковые интенсивности излучения z - и y -поляризации совпадают друг с другом и равняются 10^7 Вт/см². Длина волны усиливаемого излучения в данном случае составляет 28,89 нм.

Пространственно-временная зависимость эллиптичности усиливаемого излучения показана на рисунке 2.5(а). Там же зелёной сплошной кривой отмечено положение максимума огибающей интенсивности излучения (максимумы огибающих поляризационных компонент поля совпадают в масштабах рисунка). На рисунке 2.5(б) изображена эллиптичность поля в максимуме его результирующей огибающей в зависимости от толщины среды. Как следует из рисунка 2.5(а), эллиптичность монотонно убывает с ростом толщины среды вследствие слегка неравномерного усиления поляризационных компонент поля (z -поляризация усиливается немного сильнее). Тем не менее, даже на максимальной рассматриваемой толщине среды излучение сохраняет поляризацию, близкую к циркулярной: в максимуме огибающей $\sigma \approx 0,96$ при $x = 10$ мм. Временные зависимости интенсивностей поляризационных компонент поля, усиленного в среде толщиной 10 мм, изображены на рисунке 2.5(в), а соответствующие им спектры показаны на рисунке 2.5(г). Как следует из рисунка 2.5(в), в процессе усиления пиковая интенсивность поля возрастает приблизительно в 27 раз, тогда как его энергия увеличивается приблизительно в 62 раза (что связано с увеличением длительности огибающей). При этом спектр излучения в процессе усиления сужается (см. рисунок 2.5(г)). Кроме того, как и в рассмотренном в разделе 2.5.1 случае, за исключением начальных моментов времени усиленное спонтанное излучение оказывается значительно слабее, чем излучение усиливаемой гармоники. Тем не менее, для $0 \leq \tau \leq 100$ фс, когда интенсивность излучения высокой гармоники мала, усиленное спонтанное излучение приводит к шумовой зависимости эллиптичности от времени.

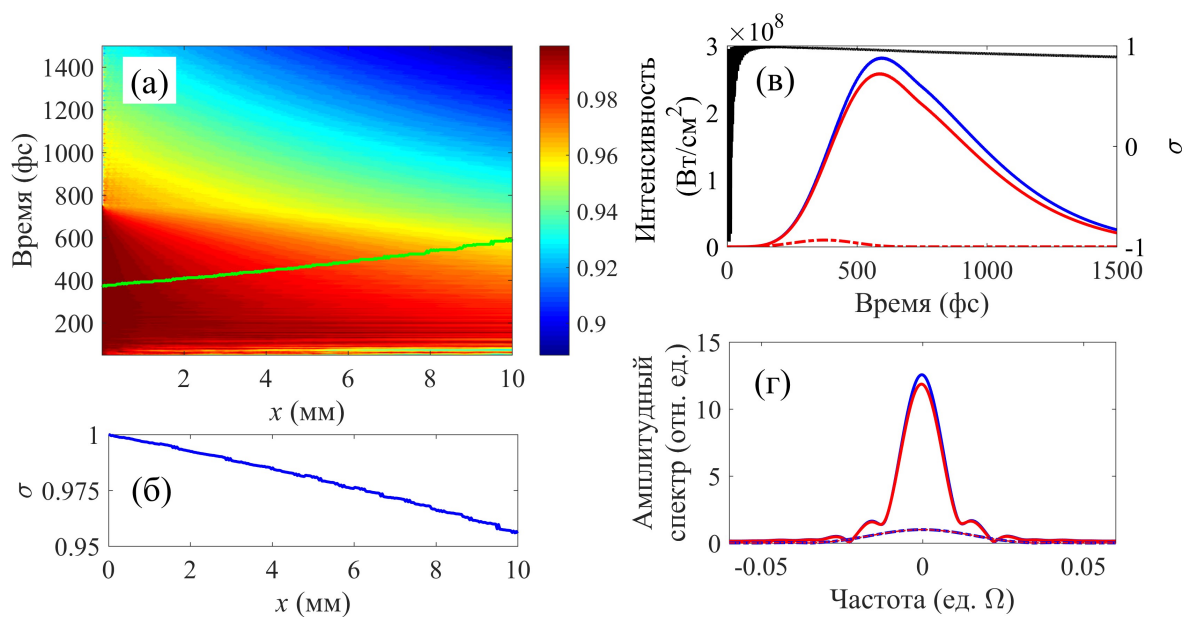


Рис. 2.5 То же, что на рисунке 2.4, но для 135-й гармоники модулирующего поля ($k = -10$) с исходной эллиптичностью $\sigma(x=0) = 1$ (циркулярная поляризация). Положения максимумов огибающих на (а) на масштабе рисунка совпадают и обозначены зелёной сплошной линией. Рисунки (в) и (г) построены для толщины среды $x = 10$ мм.

Таким образом, предложенный подход позволяет в десятки раз повысить энергию и пиковую интенсивность резонансного излучения циркулярной поляризации при изменении его эллиптичности менее чем на 5%.

2.5.3. Усиление совокупности циркулярно поляризованных высоких гармоник, образующих последовательность субфемтосекундных импульсов, с сохранением их поляризационного состояния

Далее рассмотрено усиление совокупности пяти гармоник высокого порядка с эллиптической или циркулярной поляризацией, образующих последовательность коротких импульсов. Пусть на входе в среду каждая из гармоник характеризуется огибающей вида (2.23); при этом начальные фазы и амплитуды гармоник в каждой поляризации равны между собой, и поляризация излучения одна и та же для всех гармоник.

В данном разделе рассматривается усиление последовательности импульсов циркулярной поляризации ($\sigma = 1$ при $x = 0$), образованных совокупностью 129-й, 131-й, 133-й, 135-й и 137-й гармоник модулирующего поля ($k = -13, -12, -11, -10, -9$). Длительность импульсов на входе в среду составляет 1,2 фс, период их повторения – 6,5 фс, центральная длина волны излучения затравки равна 29,32 нм, а пиковая интенсивность поля каждой (z - и y -) поляризационной составляющей – 5×10^7 Вт/см². Пространственно-временная зависимость эллиптичности усиленного излучения $\sigma(x, \tau)$, а также положение максимума огибающей его интенсивности (положения максимумов огибающих для поляризационных компонент совпадают в масштабах рисунка) изображены на рисунке 2.6(а). В целом рисунок 2.6(а) напоминает рисунок 2.5(а), однако, в отличие от последнего, на рисунке 2.6(а) появляется мелкомасштабная структура, обусловленная изменением вклада каждой из гармоник в результирующее поле (суммарное поле гармоник) на временном масштабе, составляющем доли оптического периода. Данная структура в зависимости $\sigma(x, \tau)$ изображена на рисунке 2.6(б), который построен во временном интервале, равном полупериоду модулирующего поля, в области максимума огибающей усиленного излучения на выходе из среды толщиной 10 мм. Для наглядности на рисунке 2.6(б) изображена также временная зависимость интенсивности излучения затравки (в процессе усиления форма импульсов качественно не меняется, см. вставку на рисунке 2.6(в)). Как следует из рисунка 2.6(б), в моменты времени, соответствующие конструктивной интерференции гармоник и формированию всплеска интенсивности результирующего поля, эллиптичность близка к максимуму. Так, на глубине среды $x = 10$ мм эллиптичность наиболее интенсивного импульса в последовательности составляет $\sigma \approx 0,94$. Эллиптичность уменьшается относительно своего максимального значения только там, где фазовая согласованность гармоник разных порядков нарушается, и результирующее поле близко к нулю. Основные черты мелкомасштабной структуры $\sigma(x, \tau)$ на рисунке 2.6(б) повторяются на каждом полупериоде модулирующего поля.

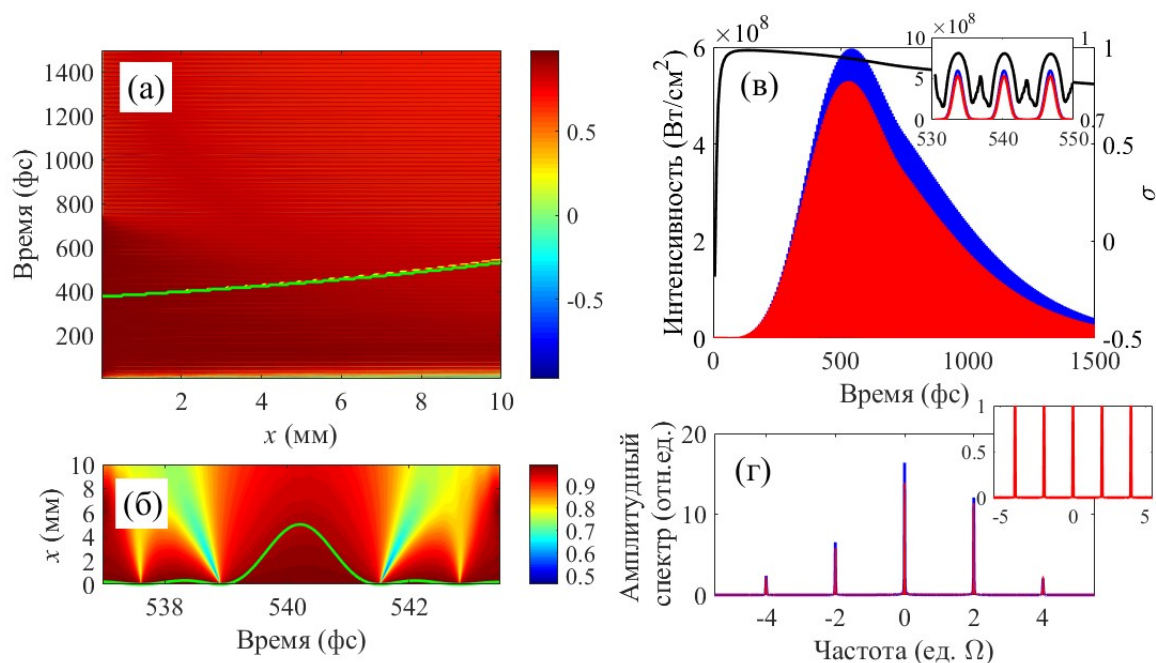


Рис. 2.6 (а) Пространственно-временная зависимость эллиптичности, σ , для совокупности 129-й, 131-й, 133-й, 135-й и 137-й гармоник модулирующего поля с циркулярной поляризацией на входе в среду $\sigma(x=0) = 1$, резонансных к линиям усиления с $k = -13, -12, -11, -10$ и -9 . Зелёной сплошной кривой показано положение максимумов огибающих z - и y - поляризационных компонент поля (в масштабе рисунка они совпадают). (б) То же, что на рисунке (а), но во временном интервале, равном полупериоду модулирующего поля, в окрестности максимума суммарной интенсивности поля гармоник на глубине среды 10 мм. Зелёной кривой показана форма импульсов усиливаемого излучения на входе в среду. (в) Временные зависимости интенсивностей поляризационных компонент (левая вертикальная ось, красная и синяя линии), а также эллиптичности в максимумах формируемых импульсов (правая вертикальная ось, чёрная линия) совокупного излучения гармоник после усиления в среде с толщиной $x = 10$ мм. На вставке изображены форма импульсов усиленного излучения вблизи максимума его огибающей, а также соответствующее распределение эллиптичности на масштабе каждого импульса. (г) Соответствующие рисунку (в) амплитудные спектры поляризационных компонент усиленного излучения гармоник. Нормировка производится на амплитуду y -составляющей излучения отдельной гармоники на входе в среду. На вставке показан спектр излучения затравки при $x = 0$ (спектры z - и y - составляющих излучения затравки совпадают). На рисунках (в) и (г) красный цвет соответствует y -составляющей поля высоких гармоник, синий цвет – z -составляющей.

Временные зависимости интенсивностей поляризационных компонент ВУФ излучения, усиленного в среде толщиной 10 мм, и эллиптичности в максимумах формируемых импульсов,

а также соответствующие им амплитудные спектры показаны на рисунке 2.6(в) и рисунке 2.6(г) соответственно. Спектр выходного излучения в значительной степени повторяет спектр усиления активной среды (см. рисунок 2.3) – 133-я и 135-я гармоники, соответствующие $k = -11$ и $k = -10$, усиливаются наиболее эффективно, тогда как остальные гармоники усилены в меньшей степени. В результате эффективная ширина спектра излучения гармоник уменьшается, что приводит к увеличению длительности импульсов в окрестности максимума огибающей интенсивности с 1,2 фс до 1,5 фс на глубине $x = 10$ мм. При этом, аналогично усилению одиночной гармоники с сохранением поляризации (см. рисунок 2.5), спектр излучения каждой отдельной гармоники сужается, а длительность её огибающей увеличивается, что приводит к увеличению длительности результирующей последовательности импульсов.

Следует отметить, что спектральный состав излучения изменяется во времени – в окрестности максимума огибающей импульсной последовательности гармоники разных порядков имеют сопоставимую амплитуду, тогда как в хвосте огибающей доминируют 133-я и 135-я гармоники, испытывающие наибольшее усиление. На толщине среды 10 мм пиковая интенсивность суммарного излучения по обоим поляризационным компонентам возрастает приблизительно в 11,2 раза (до величины порядка $1,12 \times 10^9$ Вт/см²). В то же время вследствие увеличения длительности поляризационных компонент поля, а также увеличения длительности каждого из импульсов в последовательности, энергия излучения возрастает более чем в 35,5 раз. При этом в максимуме огибающей интенсивности усиленного излучения (при $x = 10$ мм и $\tau = 540,2$ фс) эллиптичность излучения составляет 0,94, тогда как в хвосте импульсной последовательности, где доминируют 133-я и 135-я гармоники, эллиптичность импульсов плавно уменьшается (см. чёрную линию на рисунке 2.6(в)). Кроме того, как и в случае усиления отдельной циркулярно поляризованной высокой гармоники (см. рисунок 2.5), в начальные моменты времени, пока интенсивность поля гармоник мала, усиленное спонтанное излучение приводит к искажениям во временной зависимости эллиптичности.

Таким образом, использование модулированной активной среды плазменного рентгеновского лазера позволяет более чем на порядок увеличить энергию импульсов ВУФ излучения циркулярной поляризации без существенного изменения их поляризационного состояния.

2.5.4. Усиление совокупности эллиптически поляризованных высоких гармоник, образующих последовательность субфемтосекундных импульсов, с увеличением их эллиптичности

Наконец, в данном разделе рассмотрена возможность увеличения эллиптичности в процессе усиления последовательности субфемтосекундных импульсов, образованных совокупностью 149-й, 153-й, 157-й, 161-й и 165-й синфазных гармоник модулирующего поля, резонансных к линиям усиления с $k = -3, -1, 1, 3, 5$, см. рисунок 2.3. В этом случае длительность импульсов на входе в среду составляет 590 ас, период повторения импульсов — 3,25 фс, а центральная длина волны излучения затравки равна 24,85 нм. Пиковая интенсивность y -компоненты совокупного поля гармоник при $x = 0$ составляет 5×10^7 Вт/см². Пиковая интенсивность z -компоненты поля принята равной $1,67 \times 10^8$ Вт/см², при этом эллиптичность поля на входе в среду составляет $\sigma(x=0) = 0,55$.

Изменение эллиптичности излучения вследствие преимущественного усиления y -компоненты поля по мере его распространения в среде показано на рисунках 2.7(а,б). Рисунок 2.7(а) построен на временном интервале, превышающем длительность огибающей усиливаемого излучения, тогда как на рисунке 2.7(б) зависимость $\sigma(x,\tau)$ изображена на полупериоде модулирующего поля в окрестности максимума огибающей усиленного излучения на оптимальной глубине среды $x = 11$ мм. На рисунке 2.7(а) чёрной линией показана также пространственная зависимость момента времени, в который достигается максимум огибающей интенсивности излучения гармоник (суммы по всем гармоникам по обеим поляризациям). В целом, рисунок 2.7(а) похож на рисунок 2.4(а), характеризующий усиление одиночной гармоники с увеличением степени эллиптичности. С ростом толщины среды максимум эллиптичности излучения смещается от $\tau \approx 750$ фс в область меньших значений локального времени, тогда как максимум огибающей интенсивности, напротив, смещается от $\tau = 375$ фс в область больших времён. В окрестности $x = 11$ мм эти максимумы совпадают при $\tau \approx 452$ фс; при этом в максимуме суммарной интенсивности поляризация составляющих излучение приобретает близкую к круговой поляризацию (см. рисунок 2.7(в)). В то же время, аналогично усилению пяти гармоник с сохранением их поляризационного состояния (см. рисунок 2.6), в пространственно-временной зависимости эллиптичности излучения возникает мелкомасштабная структура, обусловленная (а) различием эллиптичности гармоник разных порядков и (б) изменением условий их интерференции на временном масштабе, составляющем доли оптического периода. Данная структура в зависимости $\sigma(x,\tau)$ представлена на рисунке 2.7(б), а также на вставке рисунка 2.7(в). Аналогично рисунку 2.6(б), в пределах

каждого импульса эллиптичность излучения распределена наиболее однородно и достигает своего наибольшего значения, близкого к единице, на оптимальной глубине среды, тогда как там, где интенсивность суммарного излучения гармоник близка к нулю, наблюдается неоднородное распределение эллиптичности.

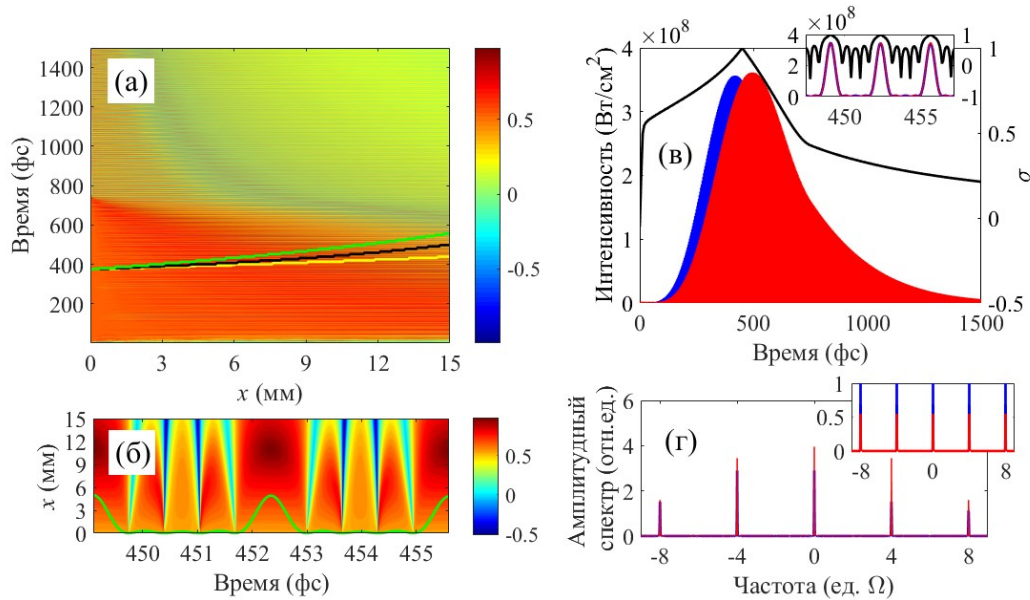


Рис. 2.7 (а) Пространственно-временная зависимость эллиптичности σ совокупности 149-й, 153-й, 157-й, 161-й и 165-й гармоник модулирующего поля, резонансных к линиям усиления с $k = -3, -1, 1, 3, 5$. На входе в среду $\sigma(x=0) = 0,55$ (доминирует z -поляризация). Жёлтой и зелёной кривыми показано положение максимумов огибающих z - и y - поляризационных компонент поля гармоник соответственно. Чёрной кривой изображено положение максимума суммарной интенсивности по обеим поляризационным составляющим. (б) То же, что на рисунке (а), но во временном интервале, равном полупериоду модулирующего поля в окрестности максимума суммарной интенсивности поля гармоник на глубине среды 11 мм. Зелёной линией показана форма импульсов на входе в среду. (в) Временные зависимости интенсивностей поляризационных компонент (левая ось, красная и синяя линии), а также эллиптичности в максимумах импульсов (правая вертикальная ось, чёрная линия) совокупного излучения гармоник после усиления в среде с толщиной $x = 11$ мм. На вставке изображены форма импульсов (для каждой из поляризационных компонент) и распределение эллиптичности на их масштабе для усиленного излучения вблизи максимума его огибающей. (г) Соответствующие рисунку (в) амплитудные спектры поляризационных компонент усиленного излучения гармоник. Нормировка производится на амплитуду z -составляющей излучения отдельной гармоники на входе в среду. На вставке показан спектр излучения затравки при $x = 0$. На рисунках (в) и (г) красный цвет соответствует y -составляющей поля, синий цвет – z -составляющей.

Временные зависимости интенсивностей поляризационных составляющих усиленного излучения при $x = 11$ мм и эллиптичности в максимумах формируемых импульсов, а также соответствующие им амплитудные спектры, изображены на рисунках 2.7(в,г). Как и в случае усиления одиночной гармоники с увеличением эллиптичности (см. рисунок 2.4), поляризационная составляющая, испытывающая большее усиление в среде (в данном случае, у-поляризация), растягивается во времени. В то же время, аналогично усилению совокупности пяти гармоник с приблизительным сохранением эллиптичности (см. рисунок 2.6), в результате преимущественного усиления 153-й, 157-й и 161-й гармоник модулирующего поля эффективная ширина спектра излучения в процессе усиления уменьшается, что приводит к увеличению длительности импульсов в окрестности максимума огибающей интенсивности с 590 ас до 660 ас. Тем не менее, усиленные импульсы в целом сохраняют свою форму, а энергия выходного излучения, просуммированная по обоим поляризационным компонентам, на толщине среды 11 мм возрастает в 5,1 раза (при этом эллиптичность в максимуме огибающей суммарной интенсивности поляризационных компонент $\tau = 452,3$ фс составляет 0,996).

Таким образом, в оптически модулированной активной среде плазменного рентгеновского лазера имеется возможность увеличения эллиптичности излучения совокупности высоких гармоник, образующих последовательность субфемтосекундных импульсов ВУФ излучения, и, в частности, преобразования эллиптической поляризации в близкую к круговой благодаря преимущественному усилению более слабой поляризационной компоненты поля гармоник.

2.6. Преобразование линейно поляризованного излучения одной или нескольких высоких гармоник в циркулярно поляризованное

Представленные в данном разделе результаты опубликованы в работе [А7].

В разделах 2.4 и 2.5 предполагалось выполнение условия (2.20), при котором спектры усиления для z - и y -компонент высокочастотного поля, $\tilde{G}_{z,y}(\omega)$, в точности согласованы друг с другом. Кроме того, подразумевалось, что гармоники настроены в точный резонанс с линиями усиления. В этом случае в процессе усиления изменяются только амплитуды поляризационных компонент излучения гармоник, тогда как разность фаз между ними остаётся неизменной. Таким образом, если на входе в среду излучение гармоник является линейно поляризованным, то в процессе усиления поляризация каждой из гармоник останется линейной, при этом в зависимости от номера резонансной индуцированной линии усиления (см. рисунок 2.3) направление поляризации может измениться.

Для того, чтобы преобразовать линейную поляризацию излучения высоких гармоник в эллиптическую или циркулярную, необходимо ввести разность фаз $\pi/2$ между ортогональными поляризационными компонентами излучения. В модулированной неоподобной активной плазменной среде для этого можно ввести небольшую (порядка ширины индуцированных линий усиления 2γ , где $\gamma_z \approx \gamma_y \equiv \gamma$) частотную расстройку $\Delta\omega_{yz}$ между согласованными спектрами усиления $\tilde{G}_z(\omega)$ и $\tilde{G}_y(\omega)$. В этом случае интенсивность и длина волны модулирующего поля должны удовлетворять следующему равенству:

$$\bar{\omega}_r^{(y)} - \bar{\omega}_r^{(z)} = \Delta_\Omega^{(y)} - \Delta_\Omega^{(z)} = 2\Omega + \Delta\omega_{yz}. \quad (2.24)$$

Так, в случае неоподобных ионов Ti^{12+} для введения частотного сдвига $\Delta\omega_{yz} = 3,8\gamma$ необходимо увеличить интенсивность модулирующего поля с длиной волны $\Lambda = 3,9$ мкм со значения $I_M = 8,26 \times 10^{16}$ Вт/см², рассмотренного в предыдущих разделах, до $I_M = 8,45 \times 10^{16}$ Вт/см². При этом между k -й линией усиления z -поляризации и $(k-1)$ -й линией усиления y -поляризации появляется спектральное окно, в котором резонансная дисперсия для z -поляризованной составляющей поля является положительной, а для y -поляризованной составляющей – отрицательной. В результате для оптимального (зависящего от отношения $J_k^2(P_\Omega^{(z)}) / J_{k-1}^2(P_\Omega^{(y)})$) положения частоты гармоники между линиями усиления для z - и y -поляризационных составляющих и оптимальной ориентации вектора электрического поля гармоники относительно модулирующего поля, определяемой углом φ (см. рисунок 2.8(в)), на определённой толщине активной среды z - и y -поляризационные составляющие поля гармоники

приобретают разность фаз $\pi/2$. При этом амплитуды поляризационных компонент оказываются близкими друг к другу, что соответствует преобразованию поляризации поля гармоники из линейной в близкую к циркулярной. Важно отметить, что эффективность (по энергии поля) такого преобразования оказывается выше 100%, так как при распространении в среде излучение усиливается.

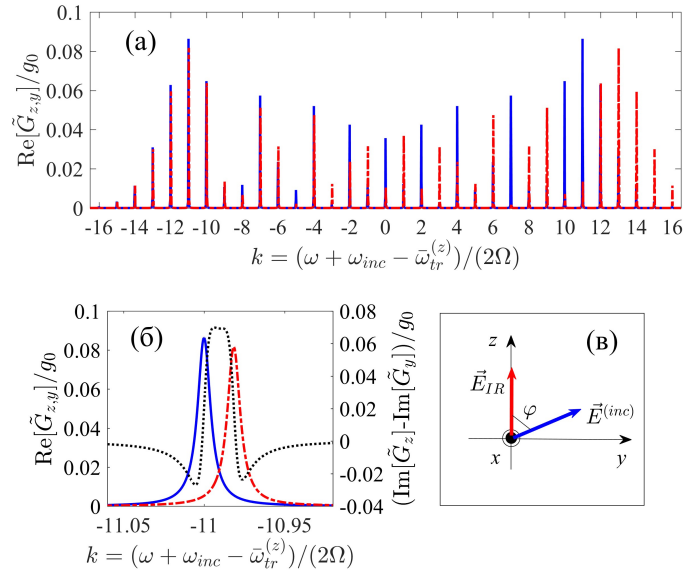


Рис. 2.8 (а) Спектры усиления оптически модулированной активной плазменной среды неоноподобных ионов Tl^{12+} для z - (синяя сплошная линия) и y - (красная штриховая линия) поляризованных составляющих высокочастотного поля. (б) По левой оси – тот же спектр, что на рисунке (а), только в окрестности линий усиления с $k = -11$; по правой оси – разность дисперсионных зависимостей, относящихся к линиям усиления z - и y -поляризации (чёрная пунктирная линия). Оба рисунка построены при выполнении равенства (2.24) и $\Delta\omega_{yz} = 3,8\gamma$, $\Omega/\gamma \approx 105$ ($\Lambda = 2\pi c/\Omega \approx 3,9$ мкм, $I_M = 8,45 \times 10^{16}$ Вт/см²). Соответствующие значения индексов модуляции: $P_\Omega^{(z)} \approx 12,80$ и $P_\Omega^{(y)} \approx 13,82$. (в) Направления линейных поляризаций ИК поля (красная стрелка) и суммарного поля высоких гармоник (синяя стрелка).

На рисунке 2.8(а) представлены спектры усиления для высокочастотного поля z - и y -поляризации в оптически модулированной активной плазме неоноподобных ионов Tl^{12+} при выполнении условия (2.24) и частотном сдвиге между спектрами усиления $\Delta\omega_{yz} = 3,8\gamma$. В этом случае индексы модуляции для z - и y -поляризованных переходов составляют $P_\Omega^{(z)} \approx 12,80$ и $P_\Omega^{(y)} \approx 13,82$ соответственно. На рисунке 2.8(а) по аналогии со случаем точного согласования спектров усиления, рассмотренным в разделах 2.4 и 2.5, можно выделить две характерные области. Первая из них соответствует спектральному интервалу

$-15 \leq (\omega + \omega_{\text{inc}} - \bar{\omega}_{\text{tr}}^{(z)}) / (2\Omega) \leq -6$ ($-15 \leq k \leq -6$), в котором коэффициенты усиления для z - и y -поляризационных компонент поля близки друг к другу: $J_k^2(P_{\Omega}^{(z)}) \approx J_{k-1}^2(P_{\Omega}^{(y)}) \approx J_{k,(\text{aver})}^2$, где $J_{k,(\text{aver})}^2 = [J_k^2(P_{\Omega}^{(z)}) + J_{k-1}^2(P_{\Omega}^{(y)})] / 2$ – среднее значение коэффициентов усиления для поля z - и y -поляризации. Вторая спектральная область соответствует $-5 \leq (\omega + \omega_{\text{inc}} - \bar{\omega}_{\text{tr}}^{(z)}) / (2\Omega) \leq 16$ ($-5 \leq k \leq 16$); в данной области отношение коэффициентов усиления для z - и y -поляризационных компонент поля с изменением номера линии k заметно изменяется. Практический интерес представляет первая спектральная область, обеспечивающая одинаковые условия преобразования линейной поляризации в циркулярную для высоких гармоник разных порядков. Стоит также отметить, что выбранный частотный сдвиг $\Delta\omega_{yz} = 3,8\gamma$ обеспечивает наилучший баланс между максимизацией абсолютного значения и спектральной однородностью величины $\text{Im}(\tilde{G}_z) - \text{Im}(\tilde{G}_y)$, характеризующей фазовый сдвиг между поляризационными составляющими поля гармоники, располагающейся между линиями усиления из первой спектральной области (см. рисунок 2.8(б)).

Далее последовательно будут рассмотрены случаи преобразования поляризации одиночной высокой гармоники, а также совокупности высоких гармоник, частоты которых расположены между соответствующими линиями усиления из первой спектральной области.

2.6.1. Преобразование линейной поляризации излучения отдельной высокой гармоники в циркулярную

В данном разделе рассматривается преобразование поляризации одиночной высокой гармоники из первой спектральной области. Пусть её частота располагается точно посередине между линией усиления для поля z -поляризации с номером $k = -11$ и линией усиления для поля y -поляризации с номером $(k - 1) = -12$ (рисунок 2.8(б)), при этом $\omega_{\text{inc}} = \bar{\omega}_{\text{tr}}^{(z)} + 2k\Omega + \Delta\omega_{yz} / 2$. Данный выбор расположения частоты излучения между соответствующими линиями усиления является оптимальным для преобразования его поляризации. Кроме того, для простоты далее полагается, что спектральная ширина контура высокой гармоники много меньше ширин линий усиления, так что излучение гармоники можно полагать монохроматическим: $\tilde{S}_z^{(\omega)}(x=0, \omega) = A \cos(\varphi) \delta(\omega)$, $\tilde{S}_y^{(\omega)}(x=0, \omega) = A \sin(\varphi) \delta(\omega)$, где $\delta(\omega)$ – дельта-функция Дирака, A – амплитуда гармоники. Более общий случай излучения с конечной шириной спектра будет рассмотрен чуть ниже (после формулы (2.28)). В силу того, что коэффициенты усиления для z - и y -поляризационных компонент поля рассматриваемой высокой гармоники близки друг к другу, $J_{-11}^2(P_{\Omega}^{(z)}) \simeq J_{-12}^2(P_{\Omega}^{(y)}) \simeq J_{-11,(\text{aver})}^2$, а частота гармоники настроена посередине между соответствующими линиями усиления, отношение амплитуд поляризационных составляющих поля гармоники при распространении в среде с хорошей точностью сохраняется и определяется углом φ (см. рисунок 2.8(в)): $|\tilde{E}_y|/|\tilde{E}_z| \approx \text{tg}(\varphi)$. Используя определение (2.21), (2.22) нетрудно показать, что эллиптичность излучения высокой гармоники в этом случае имеет вид:

$$\sigma = \frac{1 - \sqrt{1 - \sin^2(2\varphi) \sin^2(\delta)}}{\sin(2\varphi) \sin(\delta)}, \quad (2.25)$$

где δ – разность фаз между поляризационными компонентами поля гармоники, которая определяется выражением

$$\delta \simeq g_0 x J_{k,(\text{aver})}^2 \cdot \frac{\Delta\omega_{yz}/\gamma}{1 + (\Delta\omega_{yz}/2\gamma)^2}, \quad k = -11. \quad (2.26)$$

На рисунке 2.9 представлена зависимость эллиптичности σ , определяемой выражением (2.25), от разности фаз между поляризационными компонентами поля δ при различных значениях угла $0 \leq \varphi \leq \pi/4$ (как видно из (2.25), остальные значения угла φ с точностью до замены знака σ дают тот же результат). Видно, что при $\delta_{\text{max}} = \pi/2 + p\pi$, где $p = 0, 1, 2, \dots$, эллиптичность поля гармоники достигает своего максимального при фиксированном φ абсолютного значения:

$$|\sigma_{\max}| = \frac{1 - |\cos(2\varphi)|}{|\sin(2\varphi)|}. \quad (2.27)$$

При этом в рассматриваемом интервале углов $0 \leq \varphi \leq \pi/4$ чётным p соответствуют положительные σ_{\max} и правая эллиптическая поляризация высокой гармоники, а нечётным p – отрицательные σ_{\max} и левая эллиптическая поляризация. Таким образом, на оптимальных толщинах активной среды, соответствующих значениям разности фаз δ_{\max} , достигается эффективное преобразование поляризации излучения гармоники из линейной в эллиптическую. При этом на фиксированной толщине среды величиной эллиптичности можно управлять посредством изменения угла между направлениями поляризации модулирующего поля и высокой гармоники.

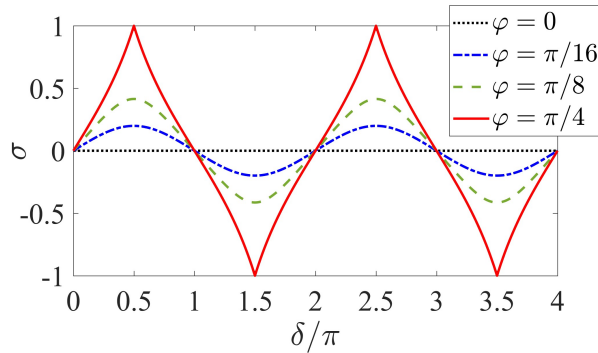


Рис. 2.9 Зависимость величины эллиптичности высокой гармоники σ , определяемой выражением (2.25), от разности фаз между поляризационными компонентами δ при различных значениях угла φ между направлениями поляризации поля высокой гармоники и модулирующего поля на входе в среду: $\varphi = 0$ (чёрная пунктирная линия), $\varphi = \pi/16$ (синяя штрих-пунктирная линия), $\varphi = \pi/8$ (зелёная штриховая линия), $\varphi = \pi/4$ (красная сплошная линия)

При $\varphi = \pi/4$ поляризационные компоненты поля гармоники на входе в среду имеют одинаковые амплитуды, что соответствует $\sigma_{\max} = 1$ и преобразованию линейной поляризации поля гармоники в циркулярную. Стоит отметить, что учёт небольшой разницы между коэффициентами усиления для составляющих поля z - и y -поляризации из первой спектральной области (учёт различия $J_k^2(P_\Omega^{(z)})$ и $J_{k-1}^2(P_\Omega^{(y)})$, $-15 \leq k \leq -6$) приводит лишь к незначительному уменьшению величины σ_{\max} из-за изменения относительных амплитуд поляризационных компонент поля гармоники в процессе усиления. К примеру, в рассматриваемом случае гармоники, расположенной точно между линиями усиления с $k = -11$, при $\varphi = \pi/4$ величина σ_{\max} для толщины среды, соответствующей $\delta = \pi/2$, составляет 0,98. Однако с увеличением толщины среды разница между амплитудами поляризационных составляющих увеличивается, что

приводит к уменьшению величины σ_{\max} . Таким образом, оптимальной для получения поляризации, близкой к циркулярной, является толщина среды

$$x_{\text{circ}}^{(k)} \approx \frac{\pi/2}{g_0 J_{k,(\text{aver})}^2} \cdot \frac{1 + (\Delta\omega_{yz}/2\gamma)^2}{\Delta\omega_{yz}/\gamma}, \quad (2.28)$$

соответствующая наименьшему оптимальному фазовому сдвигу $\delta = \pi/2$. В рассматриваемом случае активной плазмы ионов Ti^{12+} и частоты высокой гармоники между линиями усиления с $k = -11$ указанная толщина составляет $x_{\text{circ}}^{(-11)} \approx 6,5$ мм. При этом благодаря усилению амплитуда поля гармоники увеличивается в $\exp(0,5\pi/\Delta\omega_{yz}) \approx 1,5$ раза. Стоит отметить, что выражение (2.28) справедливо для линий усиления с произвольным номером k из первой спектральной области.

Далее рассматривается спектральный контур высокой гармоники с конечной шириной, чему во временной области соответствует временная огибающая поля гармоники конечной длительности. Пусть огибающая поля высокой гармоники на входе в среду имеет вид (2.23). Также пусть излучение затравки является линейно поляризованным, а направление его поляризации образует угол $\varphi = \pi/4$ с направлением поляризации модулирующего поля.

Конечная ширина спектра падающей высокой гармоники приводит к неоднородному по частоте усилению z - и y -поляризованных составляющих и к появлению искажений во временной зависимости эллиптичности. Эти искажения можно разделить на две группы. К первой группе относятся искажения, обусловленные спектрально неоднородным распределением фазового сдвига между поляризационными компонентами поля гармоники, другими словами, частотной зависимостью разности дисперсионных кривых для компонент поля z - и y -поляризации, $\text{Im}[\tilde{G}_z(\omega)] - \text{Im}[\tilde{G}_y(\omega)]$ (см. чёрную пунктирную линию на рисунке 2.8(б)). Чем ближе к горизонтальной является эта зависимость в пределах спектра падающего поля, тем меньше искажения. Стоит отметить, что для оптимальной расстройки линий усиления, $\Delta\omega_{yz} = 3,8\gamma$, $\gamma^{-1} \approx 200$ фс и временной огибающей падающего поля (2.23) минимизация указанных искажений достигается для импульсов длительностью $\tau_{\text{zero}} \geq 2$ пс от нуля до нуля интенсивности (соответствующая длительность по половине высоты интенсивности должна превышать 730 фс). Искажения второй группы возникают по причине спектрально неоднородного усиления (по амплитуде) поляризационных компонент поля гармоники. А именно, в левой части спектрального контура поля гармоники (в силу близости к линии усиления для z -поляризации) z -поляризованная компонента поля усиливается эффективнее, чем y -поляризованная, тогда как в правой части спектрального контура – наоборот. Искажения второй группы оказываются тем меньше, чем больше расстройка между

линиями усиления по отношению к ширине спектра падающего поля, т.е. чем больше величина $\Delta\omega_{yz}\tau_{\text{zero}}$.

На рисунке 2.10(a) представлены временные зависимости интенсивности и эллиптичности рассматриваемой высокой гармоники с длительностью огибающей $\tau_{\text{zero}} = 2$ пс на выходе из активной плазмы ионов Ti^{12+} с оптимальной, согласно оценке (2.28), толщиной 6,5 мм. Видно, что временную зависимость эллиптичности можно разделить на две части. Первая соответствует временному интервалу от 0 до 2 пс, на котором поле гармоники не равно нулю. В начальные моменты времени интенсивность гармоники мала, и временная зависимость её эллиптичности является шумовой вследствие влияния усиленного спонтанного излучения (аналогично рассмотренным в разделе 2.5 случаям, см., к примеру, рисунок 2.4 и рисунок 2.5). Далее, с увеличением времени эллиптичность растёт до своего максимального значения, которое на оптимальной толщине среды достигается в окрестности максимума интенсивности поля гармоники. Стоит отметить, что, строго говоря, максимумы во временных зависимостях интенсивности и эллиптичности гармоники на рассматриваемой толщине среды не совпадают во времени. Однако если увеличить толщину активной среды до 6,7 мм, то максимум во временной зависимости эллиптичности сместится в сторону меньших времён так, что совпадёт с максимумом интенсивности. При дальнейшем увеличении времени эллиптичность плавно уменьшается до -1 вместе с уменьшением интенсивности поля высокой гармоники. В результате, в области с существенно ненулевой интенсивностью поля гармоники её эллиптичность является положительной, а в максимуме импульса – близкой к единице.

Далее начинается вторая область, где импульс излучения гармоники закончился, однако во временной зависимости эллиптичности наблюдаются осцилляции. Их появление обусловлено наличием z - и y -поляризованных полей, генерируемых в результате свободного распада наведённой резонансной поляризации среды (free induction decay). При этом между z - и y -поляризационными компонентами поля свободной поляризации имеется частотное расстояние, которое можно оценить как частотный интервал между соответствующими линиями усиления, т.е. $\Delta\omega_{yz} = 3,8\gamma$. Таким образом, с течением времени между поляризационными компонентами поля свободной поляризации набегают разность фаз $\delta(x, \tau) \approx \Delta\omega_{yz}\tau$. В результате, в соответствии с определением (2.21), (2.22) эллиптичность становится осциллирующей функцией времени с периодом осцилляций порядка $T_{\text{osc}}^{(\text{est})} \approx 2\pi/\Delta\omega_{yz} \approx 350$ фс. Эта оценка близка к периоду осцилляций эллиптичности 387 фс, наблюдаемому на рисунке 2.10(a). Разница между приведёнными значениями обусловлена тем, что центры спектров поляризационных компонент поля свободной поляризации находятся несколько ближе друг к другу, чем центры соответствующих спектров усиления. Стоит также

отметить, что эллиптичность в максимумах и минимумах осцилляций оказывается по модулю меньше единицы из-за различия коэффициентов усиления z - и y -поляризованных составляющих.

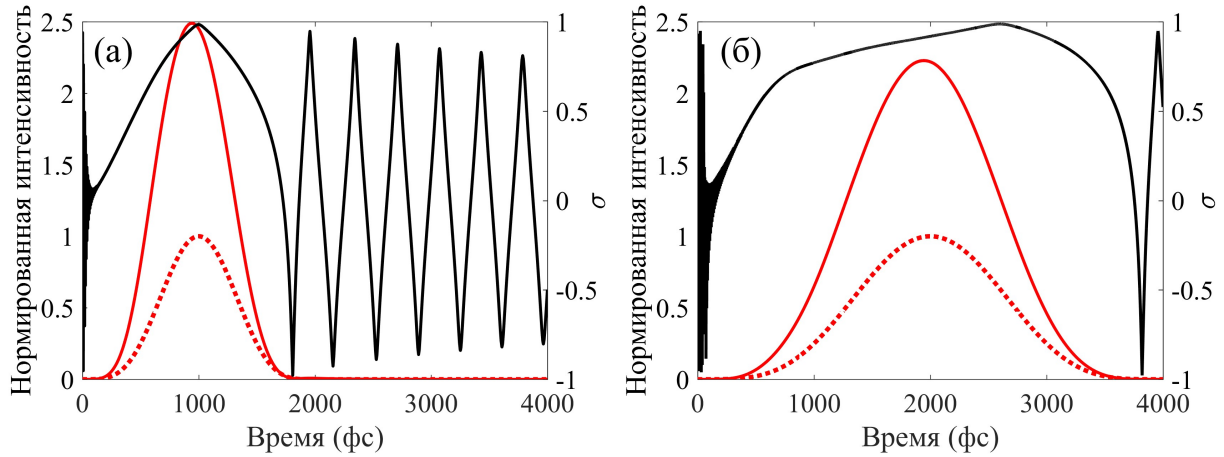


Рис. 2.10 Временные зависимости полной интенсивности (сумма интенсивностей z - и y -поляризованных составляющих), нормированной на пиковую интенсивность поля гармоники на входе в среду, 10^7 Вт/см² (левая вертикальная ось, красная линия), и эллиптичности (правая вертикальная ось, чёрная линия) для излучения одиночной высокой гармоники на выходе из модулированной активной плазмы неонородных ионов Ti^{12+} толщиной 6,5 мм. Оба рисунка построены на основе численного решения системы уравнений (2.8) и (2.11). На входе в среду гармоника обладает линейной поляризацией с $\varphi = \pi/4$ (см. рисунок 2.8(в)) и временной огибающей (2.23) (красной пунктирной линией обозначена соответствующая огибающая поля гармоники по интенсивности), при этом её центральная частота лежит посередине между линиями усиления с $k = -11$ (см. рисунок 2.8(б)) при $\Delta\omega_{yz} = 3,8\gamma$. Индексы модуляции для z - и y -поляризованных переходов составляют $P_{\Omega}^{(z)} \approx 12,80$ и $P_{\Omega}^{(y)} \approx 13,82$, соответственно ($\Lambda \approx 3,9$ мкм, $I_M = 8,45 \times 10^{16}$ Вт/см²). Рисунок (а) соответствует $\tau_{zero} = 2$ пс, рисунок (б) – $\tau_{zero} = 4$ пс.

Стоит также обратить внимание на то, что в результате усиления пиковая интенсивность поля рассматриваемой гармоники на рисунке 2.10(а) увеличилась приблизительно в 2,5 раза, что несколько больше, чем предсказывает аналитическая оценка – в 2,25 раз. Данная разница объясняется тем, что левая часть спектра z -поляризации и правая часть спектра y -поляризации поля гармоники усиливаются эффективнее, чем центральные составляющие соответствующих спектров. При этом из-за, в целом, незначительного усиления форма импульса гармоники оказывается близка к таковой на входе в среду (ср. красную сплошную и красную пунктирную линии на рисунке 2.10(а)).

Для сравнения на рисунке 2.10(б) приведены результаты аналогичных расчетов для высокой гармоники, обладающей в два раза более узким спектром на входе в среду и длительностью от нуля до нуля интенсивности $\tau_{\text{zero}} = 4$ пс. Благодаря сужению спектра падающего поля распределение эллиптичности поля гармоники по импульсу оказывается более равномерным. При этом несоответствие между максимумами интенсивности и эллиптичности гармоники оказывается чуть более сильным, и для его компенсации необходимо увеличить толщину среды с 6,5 мм до 6,9 мм. Также, из-за более узкого спектра падающей гармоники пиковая интенсивность поля на выходе увеличилась примерно в 2,3 раза, что соответствует полученной ранее аналитической оценке.

Таким образом, конечная ширина спектра падающей гармоники не препятствует преобразованию её поляризации в процессе распространения через модулированную активную плазму, однако приводит к неравномерному распределению эллиптичности поля в пределах импульса гармоники. При этом указанная неравномерность может быть уменьшена путём оптимального выбора частотного интервала между линиями усиления z - и y -поляризации, а также уменьшения ширины спектра падающей высокой гармоники.

2.6.2. Преобразование линейной поляризации субфемто-/аттосекундных импульсов излучения высоких гармоник в циркулярную

В данном разделе рассматривается возможность преобразования линейной поляризации в циркулярную для субфемто-/аттосекундных импульсов, образованных совокупностью $2N+1$ синфазных высоких гармоник, обладающих одинаковыми амплитудами A на передней границе среды. Пусть эти гармоники являются монохроматическими, обладают линейной поляризацией, ориентированной под углом $\varphi = \pi/4$ относительно поляризации модулирующего поля (см. рисунок 2.8(в)), и частота каждой из гармоник находится точно посередине между парой линий усиления для z - и y -поляризационных компонент поля с близкими коэффициентами усиления $J_k^2(P_\Omega^{(z)}) \approx J_{k-1}^2(P_\Omega^{(y)}) \approx J_{k,(aver)}^2$, $-15 \leq k \leq -6$ (см. рисунок 2.8(а)). Кроме того, в целях наиболее эффективного усиления далее полагается, что центральная гармоника с частотой ω_{inc} во всех рассматриваемых далее случаях настроена между наиболее интенсивными линиями усиления для поля z - и y -поляризации, которым соответствуют номера $k_z = k = -11$ и $k_y = k - 1 = -12$, так что выполняется равенство $\omega_{inc} = \bar{\omega}_{tr}^{(z)} - 22\Omega + \Delta\omega_{yz} / 2$. Тогда решения (2.16) и (2.18) для медленно меняющихся амплитуд z - и y -компонент высокочастотного поля примут вид:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_z &= \frac{A}{\sqrt{2}} \sum_{k=-N}^N \exp \left[\frac{g_0 x J_{k-11,(aver)}^2}{1 - i\Delta\omega_{yz}/(2\gamma)} \right] e^{-i2k\Omega\tau}, \\ \tilde{E}_y &= \frac{A}{\sqrt{2}} \sum_{k=-N}^N \exp \left[\frac{g_0 x J_{k-11,(aver)}^2}{1 + i\Delta\omega_{yz}/(2\gamma)} \right] e^{-i2k\Omega\tau}. \end{aligned} \quad (2.29)$$

Из (2.29) видно, что из-за различия в коэффициентах усиления для высоких гармоник с разными номерами k (см. рисунок 2.8(а)) гармоники разных порядков приобретают циркулярную поляризацию на разных толщинах среды (см. (2.28)). Это означает, что, строго говоря, линейную поляризацию излучения совокупности высоких гармоник не удаётся преобразовать в циркулярную. Однако в рассматриваемом случае, когда высокие гармоники образуют последовательность субфемто-/аттосекундных импульсов, с практической точки зрения интерес представляет преобразование поляризации излучения в окрестности максимумов образуемых импульсов, где полная интенсивность суммарного поля гармоник по обеим поляризационным составляющим максимальна. Согласно (2.29) на передней границе среды $x = 0$ максимумы импульсов достигаются в моменты времени $\tau_{pulse} = n\pi$, где n – целое число. При распространении излучения в среде z -компонента каждой из высоких гармоник приобретает положительный фазовый сдвиг, тогда как y -компонента – тот же по абсолютной

величине отрицательный фазовый сдвиг. Это приводит к тому, что максимумы образуемых импульсов в z - и y -поляризации достигаются в моменты времени $\tau_{\text{pulse}} \pm \Delta\tau$, где знак « $-$ » относится к z -поляризации, а знак « $+$ » – к y -поляризации. Однако для рассматриваемых значений параметров активной плазмы ионов Ti^{12+} и модулирующего поля (в частности, соответствующих отстройке линий усиления $\Delta\omega_{yz} = 3,8\gamma$ и коэффициенту усиления по амплитуде $g_0 = 35 \text{ см}^{-1}$) величина $\Delta\tau$ оказывается порядка 10^{-3} от периода модулирующего поля. Таким образом, в дальнейшем можно с хорошей точностью пренебречь смещением импульсов и предполагать, что их максимумы достигаются в моменты времени τ_{pulse} .

В силу того, что коэффициенты усиления для z - и y -составляющих поля гармоник близки друг к другу, а каждая из гармоник настроена точно посередине между соответствующими линиями усиления и при $x = 0$ обладает линейной поляризацией, ориентированной под углом $\varphi = \pi/4$ относительно поляризации модулирующего поля, при распространении в среде амплитуды поляризационных компонент поля гармоник остаются близкими друг к другу, $|\tilde{E}_y|/|\tilde{E}_z| \approx 1$. При этом, как и в случае преобразования поляризации одиночной высокой гармоники, эллиптичность в моменты времени τ_{pulse} для совокупности высоких гармоник, образующих последовательность субфемто-/аттосекундных импульсов, определяется выражением (2.25) при $\varphi = \pi/4$. Однако теперь выражение для разности фаз между поляризационными составляющими δ имеет вид:

$$\delta(x, \tau = \tau_{\text{pulse}}) \approx 2 \arctg \left\{ \frac{\sum_{k=-N}^N \exp \left[\frac{g_0 x J_{k-11,(\text{aver})}^2}{1 + \Delta\omega_{yz}^2 / (2\gamma)^2} \right] \sin \left[g_0 x J_{k-11,(\text{aver})}^2 \frac{\Delta\omega_{yz} / (2\gamma)}{1 + \Delta\omega_{yz}^2 / (2\gamma)^2} \right]}{\sum_{k=-N}^N \exp \left[\frac{g_0 x J_{k-11,(\text{aver})}^2}{1 + \Delta\omega_{yz}^2 / (2\gamma)^2} \right] \cos \left[g_0 x J_{k-11,(\text{aver})}^2 \frac{\Delta\omega_{yz} / (2\gamma)}{1 + \Delta\omega_{yz}^2 / (2\gamma)^2} \right]} \right\}. \quad (2.30)$$

На рисунке 2.11 приведены пространственные зависимости величины фазового сдвига δ , определяемого выражением (2.30), в моменты времени $\tau = \tau_{\text{pulse}}$ (рисунок 2.11(а)) для случаев преобразования поляризации совокупности трёх ($N = 1$), пяти ($N = 2$) и семи ($N = 3$) синфазных высоких гармоник, а также временные зависимости суммарной (по обеим поляризациям) интенсивности образуемых ими импульсов (рисунки 2.11(б–г), левая вертикальная ось, синие линии) и соответствующей величины эллиптичности (рисунки 2.11(б–г), правая вертикальная ось, красные линии) на оптимальных толщинах активной среды, соответствующих $\delta = \pi/2$ (рисунок 2.11(а)). Видно, что для каждого набора высоких гармоник существует своя оптимальная толщина среды, на которой образуемые ими импульсы становятся циркулярно поляризованными в том смысле, что излучение в пределах импульсов обладает эллиптичностью близкой к единице, в то время как между импульсами, где интенсивность поля мала, эллиптичность излучения является неоднородной функцией времени. При этом с увеличением

числа высоких гармоник однородность распределения эллиптичности в пределах каждого импульса понижается, а соответствующая оптимальная толщина среды – увеличивается, что связано с различием в величине коэффициентов усиления для гармоник разных порядков. Так, для совокупности трёх высоких гармоник оптимальная толщина среды составляет 7,7 мм, для пяти гармоник – 9,8 мм, а для семи гармоник – 11,7 мм (рисунок 2.11(а)). Кроме того, различие в коэффициентах усиления гармоник приводит к уменьшению эффективности усиления импульсов, а также к искажениям пьедестала, усиливающимся с ростом числа гармоник. Стоит отметить, что, как и в случае преобразования поляризации одиночной высокой гармоники, имеется возможность управления величиной эллиптичности субфемто-/аттосекундных импульсов путём изменения угла между направлениями поляризации модулирующего поля и поля высоких гармоник.

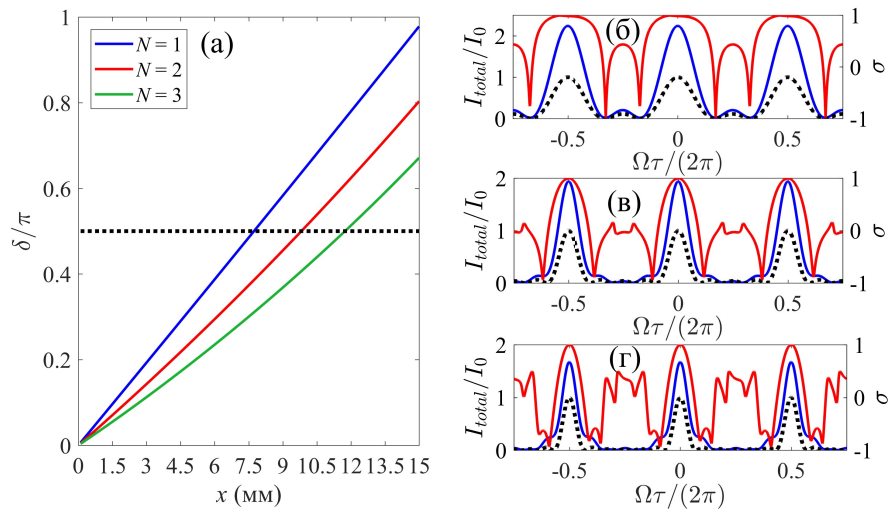


Рис. 2.11 (а) Зависимости (2.30) величины фазового сдвига δ между поляризационными компонентами излучения высоких гармоник в максимумах образуемых ими импульсов, $\tau = \tau_{\text{pulse}}$, от толщины среды x для совокупностей трёх ($N = 1$, синяя линия), пяти ($N = 2$, красная линия) и семи ($N = 3$, зелёная линия) высоких гармоник. Чёрная пунктирная линия соответствует $\delta = \pi/2$. (б-г) Временные зависимости нормированной суммарной (по поляризационным составляющим (2.29)) интенсивности (левая вертикальная ось, синяя линия) и эллиптичности (правая вертикальная ось, красная линия) излучения совокупности высоких гармоник на толщине среды, соответствующей $\delta(\tau = \tau_{\text{pulse}}) = \pi/2$. Чёрная пунктирная линия (левая вертикальная ось) изображает временную зависимость интенсивности импульсов на передней границе активной среды. Рисунок (б) соответствует совокупности трёх ($N = 1$) высоких гармоник и толщине среды $x = 7,7$ мм, рисунок (в) – совокупности пяти ($N = 2$) высоких гармоник и $x = 9,8$ мм, рисунок (г) – совокупности семи ($N = 3$) гармоник и $x = 11,7$ мм. Все рисунки построены при $g_0 = 35 \text{ см}^{-1}$ и $\Delta\omega_{yz} = 3,8\gamma$. На рисунках (б-г) $I_0 = (2N+1)^2 cA^2 / (8\pi)$ – интенсивность импульсов на входе в среду.

Наконец, учёт конечной ширины спектрального контура каждой гармоники, как и в случае преобразования поляризации одиночной гармоники, приводит лишь к искажениям во временной зависимости эллиптичности. При этом на масштабе отдельного импульса временная зависимость эллиптичности повторяет таковую для случая совокупности монохроматических высоких гармоник (см. рисунки 2.11(б–г)), тогда как на масштабе всей импульсной последовательности временная зависимость эллиптичности в максимумах каждого импульса аналогична временной зависимости эллиптичности одиночной высокой гармоники (см. рисунок 2.10).

2.7. Выводы к Главе 2

Глава 2 настоящей работы посвящена исследованию поляризационных эффектов, а именно усилению и управлению поляризацией излучения, при распространении поля высоких гармоник в оптически модулированной неоноподобной активной среде плазменного рентгеновского лазера. В качестве активной среды рассмотрена плазма неоноподобных ионов Ti^{12+} с инверсией населённостей на переходе $|3p^1S_0\rangle \leftrightarrow |3s^1P_1\rangle$, длина волны которого лежит в ВУФ диапазоне и составляет 32,6 нм. В отличие от водородоподобной среды, рассмотренной в главе 1, в неоноподобной активной среде под действием линейно поляризованного (вдоль оси z) модулирующего поля энергии всех резонансных состояний на инвертированном переходе испытывают квадратичный штарковский сдвиг, что делает спектры усиления многочастотными для обеих (z - и y -) поляризационных компонент высокочастотного поля.

Получено аналитическое решение, согласно которому (из-за сильного различия фазовых скоростей модулирующего ИК поля и резонансного ВУФ излучения в плазме) частотные компоненты ВУФ излучения усиливаются независимо друг от друга. При этом спектры усиления для z - и y -поляризационных компонент высокочастотного поля представляют собой наборы индуцированных линий усиления, отстоящих от средних частот z - и y -поляризованных переходов на чётное число k_z и k_y частот модулирующего поля, а соответствующие им коэффициенты усиления отличаются от невозмущённого коэффициента усиления в $J_{k_z}^2(P_{\Omega}^{(z)})$ и $J_{k_y}^2(P_{\Omega}^{(y)})$ раз, где $P_{\Omega}^{(z)}$ и $P_{\Omega}^{(y)}$ – индексы модуляции соответствующих переходов (амплитуды модуляции частот переходов, нормированные на удвоенную частоту модулирующего поля). Из-за того, что средние по времени частоты z - и y -поляризованных переходов, а также амплитуды их модуляции несколько отличаются друг от друга, в общем случае спектры усиления рассогласованы между собой. Другими словами, центральные частоты линий усиления для ортогональных поляризационных составляющих различаются.

В то же время, при определённом выборе интенсивности и длины волны (частоты) модулирующего поля многочастотные спектры усиления для ортогонально поляризованных компонент ВУФ излучения совмещаются по частоте, что позволяет совместно усиливать обе поляризационные компоненты излучения эллиптической или циркулярной поляризации. Согласование спектров усиления для ортогональных поляризационных компонент достигается при условии, что разность между амплитудами частотной модуляции z - и y -поляризованных переходов кратна удвоенной частоте модулирующего поля Ω . В настоящей главе рассмотрен случай, когда эта разница равна 2Ω . В этом случае спектр усиления для y -поляризации

оказывается смещённым как целое относительно спектра усиления для z -поляризации на удвоенную частоту модулирующего поля, и k -я индуцированная линия усиления для z -поляризации совпадает с $(k - 1)$ -й индуцированной линией усиления для y -поляризации. Для неоноподобных ионов Ti^{12+} данные условия реализуются, в частности, при использовании модулирующего поля с длиной волны 3,9 мкм и с интенсивностью $8,26 \times 10^{16}$ Вт/см². В силу различия аргументов ($P_{\Omega}^{(z)}$ и $P_{\Omega}^{(y)}$) и порядков (k и $(k - 1)$) функций Бесселя, коэффициенты усиления для z - и y -поляризационных составляющих резонансной гармонике, в общем случае, различаются. При этом в зависимости от порядка линий усиления k возможны три варианта: (а) коэффициенты усиления для z - и y -поляризаций близки друг к другу, (б) коэффициент усиления для z -поляризации больше, чем для y -поляризации, и (в) коэффициент усиления для y -поляризации больше, чем для z -поляризации. В первом случае поляризационные составляющие резонансной гармонике усиливаются с приблизительно равной эффективностью, что позволяет усиливать излучение эллиптической или циркулярной поляризации с приблизительно сохранением её поляризационного состояния. Во втором или третьем случаях (в зависимости от соотношения амплитуд поляризационных составляющих эллиптически поляризованного излучения затравки) имеется возможность увеличения эллиптичности излучения вплоть до единицы (что соответствует циркулярной поляризации) благодаря преимущественному усилению более слабой поляризационной компоненты поля. Важно отметить, что в процессе такого усиления фазовые соотношения между поляризационными компонентами резонансного поля сохраняются.

При выполнении условий согласования линий усиления для z - и y -поляризации в результирующем спектре усиления активной плазмы неоноподобных ионов Ti^{12+} можно выделить две характерные области. Первая из них соответствует линиям усиления с номерами $-15 \leq k \leq -6$. Здесь коэффициенты усиления для z - и y -поляризационных компонент поля близки друг к другу, вследствие чего эта спектральная область подходит для усиления излучения с сохранением его поляризации. Во второй, соответствующей $-4 \leq k \leq 5$, для гармоник, резонансных к линиям усиления с чётными k , z -поляризованная компонента поля усиливается эффективнее, чем y -поляризованная, тогда как для нечётных k эффективнее усиливается y -компонента. Соответственно, эта спектральная область подходит для усиления совокупности высоких гармоник эллиптической поляризации с увеличением их эллиптичности.

Результаты аналитического решения были сопоставлены с численными решениями более общей системы уравнений, учитывающей нелинейность во взаимодействии ВУФ излучения с веществом и усиленное спонтанное излучение активной среды. Расчёты производились для модулирующего поля с длиной волны 3,9 мкм и интенсивностью

$8,26 \times 10^{16}$ Вт/см². Были рассмотрены четыре случая. Во-первых, исследовано усиление циркулярно поляризованной 135-й гармоники модулирующего поля, настроенной в резонанс с линиями усиления с $k = -10$. Показано, что на выходе из модулированной активной плазмы ионов Ti^{12+} толщиной 10 мм интенсивность излучения возрастает в 27 раз, а энергия – в 62 раза. При этом поляризационное состояние гармоники с хорошей точностью сохраняется. Так, эллиптичность в окрестности максимума интенсивности усиленного излучения гармоники уменьшилась всего на 4% и составила 0,96. При этом в силу того, что усиление происходит в близком к линейному режиме, в процессе усиления спектральные контуры поляризационных составляющих поля гармоники обужаются, а длительность огибающей усиливаемого излучения заметно возрастает как в z -, так и в y -поляризации. Последнее обуславливает значительную разницу в величине усиления гармоники по интенсивности и по энергии.

Во-вторых, рассмотрено усиление эллиптически поляризованной 175-й гармоники модулирующего поля в резонансе с линиями усиления с $k = 10$ с наибольшей разницей между коэффициентами усиления для z - и y -поляризационных составляющих. Эллиптичность гармоники на входе в среду полагается равной 0,3 (доминирует y -поляризация), при этом на выходе из активной среды толщиной 5,7 мм вследствие преимущественного усиления z -компоненты излучение гармоники в максимуме (суммарной по поляризационным компонентам) интенсивности приобретает круговую поляризацию с одновременным увеличением энергии более чем в 3 раза.

В-третьих, рассмотрено усиление циркулярно поляризованных субфемтосекундных импульсов, образованных совокупностью 129-й, 131-й, 133-й, 135-й и 137-й синфазных гармоник модулирующего поля, резонансных к линиям усиления из первой спектральной области с номерами $k = -13, -12, -11, -10, -9$ соответственно. Показано, что на выходе из активной среды толщиной 10 мм суммарная по обеим поляризациям пиковая интенсивность излучения возрастает приблизительно в 11,2 раза, в то время как полная энергия – в 35,5 раз. Как и в случае одиночной гармоники, рост энергии излучения обусловлен, в том числе, увеличением длительности его огибающей, связанным с обужением спектральных контуров гармоник в процессе усиления. При этом эллиптичность в окрестности максимумов импульсов оказывается близка к единице. К примеру, эллиптичность наиболее интенсивного импульса в последовательности составляет 0,94.

В-четвёртых, рассмотрено усиление эллиптически поляризованных аттосекундных импульсов, образованных совокупностью 149-й, 153-й, 157-й, 161-й и 165-й синфазных гармоник модулирующего поля, резонансных к линиям усиления из второй спектральной области с номерами $k = -3, -1, 1, 3, 5$ соответственно. Показано, что при прохождении через модулированную активную плазму ионов Ti^{12+} толщиной 11 мм при эллиптичности падающего

поля 0,55 (доминирует z -поляризация) вследствие преимущественного усиления y -поляризованной компоненты эллиптичность в окрестности максимума огибающей интенсивности суммарного (по поляризационным компонентам) поля гармоник достигает величины 0,996 при одновременном увеличении полной энергии поля в 5,1 раза.

Наконец, в настоящей главе показана возможность преобразования линейно поляризованного излучения одной или нескольких высоких гармоник, образующих последовательность субфемто-/аттосекундных импульсов, в циркулярно поляризованное с увеличением энергии излучения при прохождении через оптически модулированную неоподобную активную плазму. Для этого необходимо внести фазовый сдвиг в $\pi/2$ между ортогональными поляризационными составляющими излучения гармоник. С этой целью предложено ввести небольшую частотную отстройку между согласованными спектрами усиления для z - и y -поляризации за счёт незначительного изменения интенсивности или длины волны модулирующего поля. К примеру, в случае ионов Ti^{12+} для введения оптимальной частотной отстройки $\Delta\omega_{yz} = 3,8\gamma$ (где γ – полуширина линии усиления активной среды) необходимо увеличить интенсивность модулирующего поля с длиной волны 3,9 мкм с $8,26 \times 10^{16}$ Вт/см² до $8,45 \times 10^{16}$ Вт/см². В этом случае, если линейно поляризованное излучение гармоники настроено между ближайшими линиями усиления для z - и y -поляризации, и между поляризациями гармоники и модулирующего поля имеется некоторый угол, то вследствие резонансной дисперсии z -поляризованная компонента поля гармоники приобретёт отрицательный фазовый сдвиг, тогда как y -поляризованная компонента – положительный фазовый сдвиг. Показано, что для преобразования поляризации гармоник удобно использовать линии усиления из первой спектральной области (с близкими коэффициентами усиления для ортогональных поляризационных компонент). При этом линейную поляризацию гармоники необходимо ориентировать под углом $\pi/4$ к поляризации модулирующего поля. В этом случае линейно поляризованная гармоника, настроенная, к примеру, между индуцированными линиями усиления с $k = -11$, станет циркулярно поляризованной на выходе из среды толщиной 6,5 мм.

Показано, что, несмотря на различие в коэффициентах усиления гармоник разных порядков (и соответствующее различие толщин среды, на которых каждая из линейно поляризованных гармоник становится циркулярно поляризованной), для совокупности высоких гармоник, образующих последовательность субфемто-/аттосекундных импульсов, существует оптимальная толщина среды, на которой соответствующие импульсы приобретают циркулярную поляризацию в том смысле, что излучение становится циркулярно поляризованным в окрестности максимумов интенсивности импульсов, тогда как между импульсами, где интенсивность мала, эллиптичность излучения является сильно неоднородной

по времени. При этом с увеличением числа высоких гармоник однородность распределения эллиптичности в пределах каждого импульса понижается, а соответствующая оптимальная толщина среды – увеличивается, по причине возрастающего различия в коэффициентах усиления гармоник разных порядков. Так, для совокупности трёх высоких гармоник оптимальная толщина среды составляет 7,7 мм, для пяти гармоник – 9,8 мм, а для семи гармоник – 11,7 мм. Кроме того, различие в коэффициентах усиления гармоник приводит к уменьшению эффективности усиления импульсов, а также к искажениям пьедестала, усиливающимся с ростом числа гармоник.

В заключение стоит отметить, что рассмотренные в данной главе поляризационные эффекты могут наблюдаться и в других неоноподобных, а также никелеподобных активных средах, например, в плазме никелеподобных ионов Mo^{14+} или Ag^{19+} [65], в силу схожей структуры резонансных энергетических уровней, что открывает возможность эффективного усиления и преобразования поляризации высоких гармоник и образуемых ими импульсов в различных (в том числе, более коротковолновых) спектральных диапазонах.

Представленные в данной главе результаты отражены в публикациях: [A5] – разделы 2.1, 2.4, 2.5.3 и 2.5.4, [A7] – раздел 2.6, [A8] – разделы 2.3, 2.4 и 2.5.

Заключение

В данной работе получены следующие основные результаты:

1. построена аналитическая модель, описывающая основные закономерности преобразования резонансного ВУФ/рентгеновского излучения затравки в оптически модулированной водородоподобной активной среде плазменного рентгеновского лазера с умеренной дисперсией на частоте модулирующего поля;
2. найдены оптимальные условия преобразования квазимонохроматического резонансного излучения (например, пикосекундного импульса плазменного рентгеновского лазера) в последовательность интенсивных субфемто-/аттосекундных импульсов с наибольшим контрастом при прохождении через оптически модулированную активную плазму водородоподобных ионов Li^{2+} ;
3. исследованы возможности усиления совокупности высоких гармоник модулирующего поля, настроенных в резонанс с индуцированными линиями усиления чётных порядков, в водородоподобной плазме с умеренной дисперсией на частоте модулирующего поля; показано, что в зависимости от относительных фаз гармоник на входе в среду, начальной фазы модулирующего поля, а также толщины активной среды реализуются эффекты (а) взаимного (интерференционного) усиления гармоник и (б) интерференционного подавления усиления гармоник;
4. показано, что эффект взаимного усиления высоких гармоник может быть реализован для практически важного случая синфазных гармоник, образующих последовательность субфемто-/аттосекундных импульсов; найдены оптимальные условия, при которых на основе взаимного усиления гармоник в водородоподобной активной плазме ионов Li^{2+} достигается наибольшее увеличение интенсивности образуемых ими импульсов по сравнению с независимым усилением гармоник в плазме с высокой электронной концентрацией;
5. обобщён на практически значимый случай неоноподобных плазменных рентгеновских лазеров ранее предложенный для случая водородоподобной активной плазмы метод усиления аттосекундных импульсов, образованных совокупностью гармоник модулирующего поля высокого порядка;
6. на основе полученного аналитического решения показано, что при оптимальном выборе интенсивности и длины волны модулирующего поля многочастотные спектры усиления неоноподобной активной плазмы для ортогонально поляризованных компонент резонансного излучения совмещаются по частоте вследствие того, что их смещение друг относительно друга становится кратным удвоенной частоте модулирующего поля, что

позволяет совместно усиливать обе поляризационные компоненты излучения эллиптической или циркулярной поляризации;

7. показано, что в случае неоноподобной активной плазмы ионов Ti^{12+} при относительном смещении спектров усиления для ортогонально поляризованных компонент резонансного поля на удвоенную частоту модулирующего поля в спектре усиления модулированной среды имеется область, в которой можно усиливать излучение совокупности циркулярно поляризованных высоких гармоник с незначительным изменением их эллиптичности, а также область, в которой можно усиливать совокупности высоких гармоник эллиптической поляризации с увеличением их эллиптичности;
8. показана возможность преобразования линейной поляризации резонансного излучения одной высокой гармоники, а также нескольких высоких гармоник, образующих последовательность субфемто-/аттосекундных импульсов, в циркулярную при распространении в оптически модулированной неоноподобной активной среде плазменного рентгеновского лазера с эффективностью преобразования по энергии излучения выше 100 %.

Список литературы

1. Rocca J.J. Table-top soft x-ray lasers // *Rev. Sci. Instrum.* – 1999. – V. 70, № 10. – P. 3799-3827.
2. Suckewer S., Jaegle P. X-ray laser: past, present, and future // *Laser Phys. Lett.* – 2009. – V. 6, № 6. – P. 411-436.
3. Agostini P., DiMauro L.F. The physics of attosecond light pulses // *Rep. Prog. Phys.* – 2004. – V. 67, № 6. – P. 813-855.
4. Krausz F., Ivanov. M. Attosecond physics // *Rev. Mod. Phys.* – 2009. – V. 81, № 1. – P. 163-234.
5. Ayvazyan V. et al. First operation of a free-electron laser generating GW power radiation at 32 nm wavelength // *Eur. Phys. J. D.* – 2006. – V. 37, № 2. – P. 297-303.
6. Ackermann W. et al. Operation of a free-electron laser from the extreme ultraviolet to the water window // *Nat. Photonics.* – 2007. – V. 1, № 6. – P. 336-342.
7. Bostedt C. et al. Ultra-fast and ultra-intense x-ray sciences: first results from the Linac coherent light source free-electron laser // *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* – 2013. – V. 46, № 16. – Art. no. 164003.
8. Huang. S., Ding Y., Feng Y., Hemsing E., Huang Z., Krzywinski J., Lutman A.A., Marinelli A., Maxwell T.J., Zhu D. Generating single-spike hard X-ray pulses with nonlinear bunch compression in free-electron lasers // *Phys. Rev. Lett.* – 2017. – V. 119, № 15. – Art. no. 154801.
9. Schneidmiller E.A., Yurkov M.V. Obtaining high degree of circular polarization at x-ray free electron lasers via a reverse undulator taper // *Phys. Rev. ST Accel. Beams.* – 2013. – V. 16, № 11. – Art. no. 110702.
10. Ferrari E. et al. Single shot polarization characterization of XUV FEL pulses from crossed polarized undulators // *Sci. Rep.* – 2015. – V. 5, № 1. – Art. no. 13531.
11. Lutman A.A. et al. Polarization control in an X-ray free-electron laser // *Nat. Photon.* – 2016. – V. 10, № 7. – P. 468-472.
12. Chen C.T., Sette F., Ma Y., Modesti S. Soft-x-ray magnetic circular dichroism at the $L_{2,3}$ edges of nickel // *Phys. Rev. B.* – 1990. – V. 42, № 11. – P. 7262-7265.
13. Schneider C.M., Hammond M.S., Schuster P., Cebollada A., Miranda R., Kirschner J. Observation of magnetic circular dichroism in uv photoemission from ferromagnetic fcc cobalt films // *Phys. Rev. B.* – 1991. – V. 44, № 11. – P. 12066-12069.
14. Böwering N., Lischke T., Schmidtke B., Müller N., Khalil T., Heinzmann U. Asymmetry in photoelectron emission from chiral molecules induced by circularly polarized light // *Phys. Rev. Lett.* – 2001. – V. 86, № 7. – P. 1187-1190.

15. Johnson A.S. et al. High-flux soft x-ray harmonic generation from ionization-shaped few-cycle laser pulses // *Sci. Adv.* – 2018. – V. 4, № 5. – Art. no. eaar3761.
16. Fu Y., Nishimura K., Shao R., Suda A., Midorikawa K., Lan P., Takahashi E.J. High efficiency ultrafast water-window harmonic generation for single-shot soft X-ray spectroscopy // *Commun. Phys.* – 2020. – V. 3. – Art. no. 92.
17. Salières P., L’Huillier A., Lewenstein M. Coherence control of high-order harmonics // *Phys. Rev. Lett.* – 1995. – V. 74, № 19. – P. 3776-3779.
18. Avitzour Y., Suckewer S. Feasibility of achieving gain in transition to the ground state of C VI at 3.4 nm // *J. Opt. Soc. Am. B.* – 2007. – V. 24, № 4. – P. 819-828.
19. Reagan B.A., Berrill M., Wernsing K.A., Baumgarten C., Woolston M., Rocca J.J. High-average-power, 100-Hz-repetition-rate, tabletop soft-x-ray lasers at sub-15-nm wavelengths // *Phys. Rev. A.* – 2014. – V. 89, № 5. – Art. no. 053820.
20. Radeonychev Y.V., Polovinkin V.A., Kocharovskaya O. Extremely short pulses via Stark modulation of the atomic transition frequencies // *Phys. Rev. Lett.* – 2010. – V. 105, № 18. – Art. no. 183902.
21. Polovinkin V.A., Radeonychev Y.V., Kocharovskaya O. Few-cycle attosecond pulses via periodic resonance interaction with hydrogenlike atoms // *Opt. Lett.* – 2011. – V. 36, № 12. – P. 2296-2298.
22. Antonov V.A., Radeonychev Y.V., Kocharovskaya O. Formation of a single attosecond pulse via interaction of resonant radiation with a strongly perturbed atomic transition // *Phys. Rev. Lett.* – 2013. – V. 110, № 21. – Art. no. 213903.
23. Antonov V.A., Radeonychev Y.V., Kocharovskaya O. Formation of ultrashort pulses via quantum interference between Stark-split atomic transitions in a hydrogenlike medium // *Phys. Rev. A.* – 2013. – V. 88, № 5. – Art. no. 053849.
24. Antonov V.A., Akhmedzhanov T.R., Radeonychev Y.V., Kocharovskaya O. Attosecond pulse formation via switching of resonant interaction by tunnel ionization // *Phys. Rev. A.* – 2015. – V. 91, № 2. – Art. no. 023830.
25. Akhmedzhanov T.R., Emelin M.Yu., Antonov V.A., Radeonychev Y.V., Ryabikin M.Yu., Kocharovskaya O. Ultimate capabilities for few-cycle pulse formation via resonant interaction of XUV radiation with IR-field-dressed atoms // *Phys. Rev. A.* – 2017. – V. 95, № 2. – Art. no. 023845.
26. Akhmedzhanov T.R., Antonov V.A., Morozov A., Goltsov A., Scully M., Suckewer S., Kocharovskaya O. Formation and amplification of subfemtosecond x-ray pulses in a plasma medium of hydrogenlike ions with a modulated resonant transition // *Phys. Rev. A.* – 2017. – V. 96, № 3. – Art. no. 033825.

27. Zeitoun P. et al. A high-intensity highly coherent soft X-ray femtosecond laser seeded by a high harmonic beam // *Nature*. – 2004. – V. 431. – P. 426-429.
28. Pedaci F., Wang Y., Berrill M., Luther B., Granados E., Rocca J.J. Highly coherent injection-seeded 13.2 nm tabletop soft x-ray laser // *Opt. Lett.* – 2008. – V. 33, № 5. – P. 491-493.
29. Wang Y., Granados E., Pedaci F., Alessi D., Luther B., Berrill M., Rocca J.J. Phase-coherent, injection-seeded, table-top soft-X-ray lasers at 18.9 nm and 13.9 nm // *Nat. Photon.* – 2008. – V. 2, № 2. – P. 94-98.
30. Koch J.A., MacGowan B.J., Da Silva L.B., Matthews D.L., Underwood J.H., Batson P.J., Lee R.W., London R.A., Mrowka S. Experimental and theoretical investigation of neonlike selenium x-ray laser spectral linewidths and their variation with amplification // *Phys. Rev. A*. – 1994. – V. 50, № 2. – P. 1877-1898.
31. Guilbaud O. et al. Fourier-limited seeded soft x-ray laser pulse // *Opt. Lett.* – 2010. – V. 35, № 9. – P. 1326-1328.
32. Depresseux A. et al. Demonstration of a circularly polarized plasma-based soft-x-ray laser // *Phys. Rev. Lett.* – 2015. – V. 115, № 8. – Art. no. 083901.
33. Antonov V.A., Han K.C., Akhmedzhanov T.R., Scully M., Kocharovskaya O. Amplification in a plasma-based X-ray laser dressed by an infrared laser field // *Phys. Rev. Lett.* – 2019. – V. 123, № 24. – Art. no. 243903.
34. Khairulin I.R., Antonov V.A., Ryabikin M.Yu., Kocharovskaya O. Enhanced amplification of attosecond pulses in a hydrogen-like plasma-based X-ray laser modulated by an infrared field at the second harmonic of fundamental frequency // *Photonics*. – 2022. – V. 9, № 2. – Art. no. 51.
35. Korobkin D.V., Nam C.H., Suckewer S., Goltsov A. Demonstration of soft X-ray lasing to ground state in Li III // *Phys. Rev. Lett.* – 1996. – V. 77, № 26. – P. 5206-5209.
36. Damburg R.J., Kolosov V.V. Theoretical studies of hydrogen Rydberg atoms in electric fields. *Rydberg States of Atoms and Molecules* (edited by R.F. Stebbings, F.B. Dunning). Cambridge, England: Cambridge University Press, 1983. – P. 31-72.
37. Avitzour Y., Suckewer S. Numerical simulation of the effect of hydrogen on recombination gain in the transition to ground state of LiIII // *J. Opt. Soc. Am. B*. – 2006. – V. 23, № 5. – P. 925-931.
38. Glauber R., Haake F. The initiation of superfluorescence // *Phys. Lett. A*. – 1978. – V. 68, № 1. – P. 29-32.
39. Haake F., King H., Schröder G., Haus J., Glauber R., Hopf F. Macroscopic quantum fluctuations in super fluorescence // *Phys. Rev. Lett.* – 1979. – V. 42, № 26. – P. 1740-1743.
40. Haake F., Haus J., King H., Schröder G., Glauber R. Delay-time statistics and inhomogeneous line broadening in superfluorescence // *Phys. Rev. Lett.* – 1980. – V. 45, № 7. – P. 558-561.

41. Gross M., Haroche S. Superradiance: an essay on the theory of collective spontaneous emission // *Phys. Rep.* – 1982. – V. 93, № 5. – P. 301-396.
42. Griem H.R. *Spectral Line Broadening by Plasmas*. New York and London: Academic Press, 1974.
43. Gruson V. et al. Attosecond dynamics through a Fano resonance: Monitoring the birth of a photoelectron // *Science*. – 2016. – V. 354, № 6313. – P. 734-738.
44. Khairulin I.R., Antonov V.A., Ryabikin M.Yu., Kocharovskaya O. Mutual amplification of high-order harmonics in an optically dressed hydrogenlike plasma-based x-ray laser // *Phys. Rev. A*. – 2023. – V. 107, № 2. – Art. no. 023507.
45. Хайрулин И.Р., Антонов В.А., Кочаровская О.А. Формирование интенсивных аттосекундных импульсов в последовательности резонансного поглотителя и активной среде плазменного рентгеновского лазера, модулированных оптическим полем // *Изв. вузов. Радиофизика*. – 2021. – Т. 64, № 4. – С. 300-319.
46. Zaïr A. et al. Quantum path interferences in high-order harmonic generation // *Phys. Rev. Lett.* – 2008. – V. 100, № 14. – Art. no. 143902.
47. Frolov M.V., Manakov N.L., Sarantseva T.S., Starace A.F. Analytic formulae for high harmonic generation // *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* – 2009. – V. 42, № 3. – Art. no. 035601.
48. Ackermann S. et al. Generation of coherent 19- and 38-nm radiation at a free-electron laser directly seeded at 38 nm // *Phys. Rev. Lett.* – 2013. – V. 111, № 11. – Art. no. 114801.
49. Budil K.S., Salières P., L’Huillier A., Ditmire T., Perry M.D. Influence of ellipticity on harmonic generation // *Phys. Rev. A*. – 1993. – V. 48, № 5. – P. R3437-R3440.
50. Dietrich P., Burnett N.H., Ivanov M., Corkum P.B. High-harmonic generation and correlated two-electron multiphoton ionization with elliptically polarized light // *Phys. Rev. A*. – 1994. – V. 50, № 5. – P. R3585-R3588.
51. Corkum P.B. Plasma perspective on strong-field multiphoton ionization // *Phys. Rev. Lett.* – 1993. – V. 71, № 13. – P. 1994-1997.
52. Strelkov V.V., Gonoskov A.A., Gonoskov I.A., Ryabikin M.Yu. Origin for ellipticity of high-order harmonics generated in atomic gases and the sub-laser-cycle evolution of harmonic polarization // *Phys. Rev. Lett.* – 2011. – V. 107, № 4. – Art. no. 043902.
53. Ferré A. et al. A table-top ultrashort light source in the extreme ultraviolet for circular dichroism experiments // *Nat. Photon.* – 2015. – V. 9, № 2. – P. 93-98.
54. Zhou X., Lock R., Wagner N., Li W., Kapteyn H.C., Murnane M.M. Elliptically polarized high-order harmonic emission from molecules in linearly polarized laser fields // *Phys. Rev. Lett.* – 2009. – V. 102, № 7. – Art. no. 073902.

55. Skantzakis E., Chatziathanasiou S., Carpeggiani P.A., Sansone G., Nayak A., Gray D., Tzallas P., Charalambidis D., Hertz E., Faucher O. Polarization shaping of high-order harmonics in laser-aligned molecules // *Sci. Rep.* – 2016. – V. 6, № 1. – Art. no. 39295.
56. Lambert G. et al. Towards enabling femtosecond helicity-dependent spectroscopy with high-harmonic sources // *Nat. Commun.* – 2015. – V. 6, № 1. – Art. no. 6167.
57. Zhai C., Shao R., Lan P., Wang B., Zhang Y., Yuan H., Njoroge S.M., He L., Lu P. Ellipticity control of high-order harmonic generation with nearly orthogonal two-color laser fields // *Phys. Rev. A.* – 2020. – V. 101, № 5. – Art. no. 053407.
58. Fleischer A., Kfir O., Diskin T., Sidorenko P., Cohen O. Spin angular momentum and tunable polarization in high-harmonic generation // *Nat. Photon.* – 2014. – V. 8, № 7. – P. 543-549.
59. Kfir O. et al. Generation of bright phase-matched circularly-polarized extreme ultraviolet high harmonics // *Nat. Photon.* – 2014. – V. 9, № 2. – P. 99-105.
60. Kortright J.B., Underwood J.H. Multilayer optical elements for generation and analysis of circularly polarized X-rays // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment.* – 1990. – V. 291, № 1-2. – P. 272-277.
61. Schäfers F. et al. Soft-x-ray polarimeter with multilayer optics: complete analysis of the polarization state of light // *Appl. Opt.* – 1999. – V. 38, № 19. – P. 4074-4088.
62. Kimura H., Miyahara T., Goto Y., Mayama K., Yanagihara M., Yamamoto M. Polarization measurement of SR from a helical undulator using a quarter-wave plate for a wavelength of 12.8 nm // *Rev. Sci. Instrum.* – 1995. – V. 66, № 2. – P. 1920-1922.
63. Vodungbo B. et al. Polarization control of high order harmonics in the EUV photon energy range // *Opt. Express.* – 2011. – V. 19, № 5. – P. 4346-4356.
64. Schmidt J., Guggenmos A., Hofstetter M., Chew S.H., Kleineberg U. Generation of circularly polarized high harmonic radiation using a transmission multilayer quarter waveplate // *Opt. Express.* – 2015. – V. 23, № 26. – P. 33564-33578.
65. Berrill M., Wang Y., Larotonda M.A., Luther B.M., Shlyaptsev V.N., Rocca J.J. Pump pulse-width dependence of grazing-incidence pumped transient collisional soft-x-ray lasers // *Phys. Rev. A.* – 2007. – V. 75, № 6. – Art. no. 063821.
66. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика в 10 томах. Том 3. Квантовая механика (нерелятивистская теория). М.: Наука, 1989. – С. 121-126.
67. Sobelman I.I. *Atomic Spectra and Radiative Transitions. Part of the Springer Series on Atoms + Plasmas Book Series (SSAOPP, volume 12).* Springer, 1992. – P. 200-302.

68. Chini M., Zhao B., Wang H., Cheng Y., Hu S.X., Chang Z. Subcycle ac Stark shift of helium excited states probed with isolated attosecond pulses // *Phys. Rev. Lett.* – 2012. – V. 109, № 7. – Art. no. 073601.
69. Попов В.С. Туннельная и многофотонная ионизация атомов в сильном лазерном поле (теория Келдыша) // *УФН.* – 2004. – Т. 174, № 9. – С. 921-951.
70. Nilsen J., Li Y., Dunn J. Modeling picosecond-laser-driven neonlike titanium x-ray laser experiments // *J. Opt. Soc. Am. B.* – 2000. – V. 17, № 6. – P. 1084-1092.
71. Nickles P.V., Shlyaptsev V.N., Kalachnikov M., Schnürer M., Will I., Sandner W. Short pulse X-ray laser at 32.6 nm based on transient gain in Ne-like titanium // *Phys. Rev. Lett.* – 1997. – V. 78, № 14. – P. 2748-2751.
72. Luther B.M., Wang Y., Larotonda M.A., Alessi D., Berrill M., Marconi M.C., Rocca J.J., Shlyaptsev V.N. Saturated high-repetition-rate 18.9-nm tabletop laser in nickellike molybdenum // *Opt. Lett.* – 2005. – V. 30, № 2. – P. 165-167.
73. Zhao J., Dong Q.L., Yan F., Zhang J. Simulations of the output of the Ne-like Ti x-ray laser at 32.6 nm driven by the grazing-incidence pumping scheme // *Phys. Rev. A.* – 2006. – V. 73, № 3. – Art. no. 033816.
74. Khairulin I.R., Antonov V.A., Ryabikin M.Yu., Berrill M.A., Shlyaptsev V.N., Rocca J.J., Kocharovskaya O. Amplification of elliptically polarized sub-femtosecond pulses in neon-like X-ray laser modulated by an IR field // *Sci. Rep.* – 2022. – V. 12. – Art. no. 6204.
75. Andriukaitis G., Balčiūnas T., Ališauskas S., Pugžlys A., Baltuška A., Popmintchev T., Chen M.-C., Murnane M.M., Kapteyn H.C. 90 GW peak power few-cycle mid-infrared pulses from an optical parametric amplifier // *Opt. Lett.* – 2011. – V. 36, № 15. – P. 2755-2757.
76. Samsonova Z. et al. Relativistic interaction of long-wavelength ultrashort laser pulses with nanowires // *Phys. Rev. X.* – 2019. – V. 9, № 2. – Art. no. 021029.
77. Guérin S., Mora P., Adam J.C., Héron A., Laval G. Propagation of ultraintense laser pulses through overdense plasma layers // *Phys. Plasmas.* – 1996. – V. 3, № 7. – P. 2693-2701.
78. Li G., Yan R., Ren C., Wang T.-L., Tonge J., Mori W.B. Laser channeling in millimeter-scale underdense plasmas of fast-ignition targets // *Phys. Rev. Lett.* – 2008. – V. 100, № 12. – Art. no. 125002.
79. Борн М., Вольф Э. Основы оптики, изд. 2-е (пер. с англ.). М.: Наука, 1973.
80. Depresseux A. et al. Table-top femtosecond soft x-ray laser by collisional ionization gating // *Nat. Photon.* – 2015. – V. 9, № 12. – P. 817-821.
81. Pandey A.K. et al. Towards subpicosecond pulses from solid target plasma based seeded soft X-ray laser // *Opt. Express.* – 2020. – V. 28, № 20. – P. 28924-28941.

Публикации автора по теме диссертации

- A1. Khairulin I.R., Antonov V.A., Ryabikin M.Yu., Kocharovskaya O. Sub-fs pulse formation in a seeded hydrogenlike plasma-based x-ray laser dressed by an infrared field: analytical theory and numerical optimization // *Phys. Rev. Research.* – 2020. – V. 2, № 2. – Art. no. 023255.
- A2. Хайрулин И.Р., Антонов В.А., Кочаровская О.А. Интерференционные эффекты в процессе усиления высоких гармоник в активной среде плазменного рентгеновского лазера, модулированного оптическим полем // *Квантовая электроника.* – 2020. – Т. 50, № 4. – С. 375-385.
- A3. Khairulin I.R., Antonov V.A., Ryabikin M.Yu., Kocharovskaya O.A. Influence of detuning of the seeding VUV radiation from the resonance on formation of subfemtosecond pulses in the active medium of the plasma-based X-ray laser dressed by an intense IR field // *Physics of Wave Phenomena.* – 2021. – V. 29, № 3, – P. 234-243.
- A4. Khairulin I.R., Antonov V.A., Ryabikin M.Yu., Kocharovskaya O. Enhanced amplification of attosecond pulses in a hydrogen-like plasma-based X-ray laser modulated by an infrared field at the second harmonic of fundamental frequency // *Photonics.* – 2022. – V. 9, № 2. – Art. no. 51.
- A5. Khairulin I.R., Antonov V.A., Ryabikin M.Yu., Berrill M.A., Shlyaptsev V.N., Rocca J.J., Kocharovskaya O. Amplification of elliptically polarized sub-femtosecond pulses in neon-like X-ray laser modulated by an IR field // *Sci. Rep.* – 2022. – V. 12. – Art. no. 6204.
- A6. Khairulin I.R., Antonov V.A., Ryabikin M.Yu., Kocharovskaya O. Mutual amplification of high-order harmonics in an optically dressed hydrogenlike plasma-based x-ray laser // *Phys. Rev. A.* – 2023. – V. 107, № 2. – Art. no. 023507.
- A7. Хайрулин И.Р., Антонов В.А., Рябикин М.Ю. О возможности преобразования с увеличением энергии линейно поляризованных аттосекундных импульсов высоких гармоник в циркулярно поляризованные в оптически модулированной неоноподобной активной среде плазменного рентгеновского лазера // *Письма в ЖЭТФ.* – 2023. – Т. 117, № 9. – С. 658-669.
- A8. Antonov V.A., Khairulin I.R., Ryabikin M.Yu., Berrill M.A., Shlyaptsev V.N., Rocca J.J., Kocharovskaya O. Amplification and ellipticity enhancement of high-order harmonics in a neonlike x-ray laser dressed by an IR field // *Phys. Rev. A.* – 2023. – V. 107, №6. – Art. no. 063511.
- A9. Хайрулин И.Р., Антонов В.А., Кочаровская О.А. Формирование аттосекундных импульсов в активной среде плазменного рентгеновского лазера, модулированного лазерным полем оптического диапазона // *Нелинейные волны – 2018, XVIII научная*

школа, 26 февраля – 4 марта 2018 г., Тезисы докладов молодых ученых, Нижний Новгород, ИПФ РАН, 2018. С. 196—198.

- A10. Khairulin I.R., Antonov V.A., Kocharovskaya O. Formation of sub-fs x-ray pulses via infrared modulation of a plasma-based x-ray laser // Technical Program of the 18th International Conference on Laser Optics (ICLO 2018), St. Petersburg, Russia, June 4-8, 2018. P. 31.
- A11. Khairulin I.R., Antonov V.A., Kocharovskaya O. Attosecond pulse formation in active medium of a plasma-based x-ray laser, dressed by a strong optical field: analysis and optimization // Book of Abstracts of International Conference on Ultrafast Optical Science (UltrafastLight-2018), Moscow, Russia, October 1-5, 2018. P. 69.
- A12. Antonov V., Khairulin I., Kocharovskaya O. Towards generation of attosecond pulses by a plasma-based x-ray laser via modulation of its resonant transition by an optical field // Book of Abstracts of International Conference on X-Ray Lasers (ICXRL), Prague, Czech Republic, October 7-12, 2018. P. 22.
- A13. Akhmedzhanov T. Antonov V., Zhang X., Han K.C., Kuznetsova E., Khairulin I., Radeonychev Y., Scully M., Kocharovskaya O. Shaping of x-ray pulses via dynamical control of their interaction with a resonant medium // Book of Abstracts of International Conference on X-Ray Lasers (ICXRL), Prague, Czech Republic, October 7-12, 2018. P. 40.
- A14. Хайрулин И.Р., Антонов В.А., Кочаровская О.А. Формирование аттосекундных импульсов в активной среде плазменного рентгеновского лазера, модулированной интенсивным оптическим полем // Труды XXIII научной конференции по радиофизике, посвященной 100-летию со дня рождения Н.А. Железцова (Н. Новгород, 13–21 мая 2019 г.) (отв. ред. В.В. Матросов), Н. Новгород: ННГУ, 2019. С. 314—315.
- A15. Khairulin I.R., Antonov V.A., Kocharovskaya O. Towards attosecond plasma-based X-ray laser // Proceedings of VII International Conference "Frontiers of Nonlinear Physics" (FNP-2019), Nizhny Novgorod – Saratov – Nizhny Novgorod, Russia, June 28 – July 4, 2019. P. 236—237.
- A16. Antonov V.A., Khairulin I.R., Kocharovskaya O. Optically dressed plasma-based X-ray lasers: polarization and spectral control // XXXI International Conference on Photonic, Electronic and Atomic Collisions (ICPEAC 2019), Deauville, France, July 23-30, 2019, Book of Abstracts. P. 922.
- A17. Хайрулин И.Р., Антонов В.А., Кочаровская О.А. Взаимное усиление гармоник высокого порядка в активной среде плазменного рентгеновского лазера, модулированной интенсивным оптическим полем // Нелинейные волны – 2020, XIX научная школа, 29 февраля – 6 марта 2020 г., Тезисы докладов, Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2020. С. 264—265.

- A18. Khairulin I.R., Antonov V.A., Kocharovskaya O. Mutual amplification of high-order harmonics and sub-femtosecond pulses in active medium of a plasma-based X-ray laser dressed by a strong IR field // IV International Conference on Ultrafast Optical Science (UltrafastLight-2020), Moscow, Russia, September 28 – October 2, 2020, Book of Abstracts, M: LLC «SAM Polygraphist», 2020 (ISBN: 978-5-00166-187-0). P. 31.
- A19. Khairulin I., Antonov V., Ryabikin M., Kocharovskaya O. Amplification of elliptically or circularly polarized sub-femtosecond XUV pulses in optically dressed neon-like plasma-based X-ray laser // International Conference on X-Ray Lasers 2020 (ICXRL 2020) (online conference), Swiss Chemical Society (SCS), December 8–10, 2020, Abstracts, paper Siv3.
- A20. Antonov V., Khairulin I., Ryabikin M., Kocharovskaya O. Mutual amplification of high-order harmonics for increasing efficiency of sub-femtosecond pulse train amplification in optically dressed plasma-based X-ray laser // International Conference on X-Ray Lasers 2020 (ICXRL 2020) (online conference), Swiss Chemical Society (SCS), December 8–10, 2020, Abstracts, paper Siv4.
- A21. Akhmedzhanov T., Antonov V., Zhang X., Han K.C., Kuznetsova E., Khairulin I., Radeonychev Y., Scully M., Kocharovskaya O. Shaping of X-ray pulses via dynamical control of their interaction with a resonant medium // X-Ray Lasers 2018: Proceedings of the 16th International Conference on X-Ray Lasers, Springer Proceedings in Physics, Vol. 241 (Michaela Kozlová and Jaroslav Nejd, Eds.), Springer International Publishing. 2020. P. 45—52.
- A22. Хайрулин И.Р. Усиление высоких гармоник циркулярной или эллиптической поляризации в неоноподобной активной среде плазменного рентгеновского лазера, модулированного оптическим полем // IV международная конференция и VI всероссийский молодёжный форум «Наука будущего – наука молодых», Москва, Россия, 17–20 ноября, 2021, Сборник тезисов докладов участников. С. 136.
- A23. Antonov V.A., Khairulin I.R., Ryabikin M.Yu., Kocharovskaya O.A. Amplification of attosecond pulse trains with arbitrary polarization by IR-field-dressed plasma-based X-ray lasers // Program of 29th International Laser Physics Workshop (LPHYS'21) (online conference), July 19-23, 2021, paper S1.4.4, <https://www.lasphys.com/workshops/abstracts/files/2021/87/d5/9b/174af260fb9711bd0d3a32beb9/abstract.pdf>.
- A24. Khairulin I.R., Antonov V.A., Kocharovskaya O. Attosecond recombination plasma-based X-ray laser // International Symposium “Topical Problems of Nonlinear Wave Physics” (NWP-2021), Nizhny Novgorod, Russia, September 19–22, 2021, Program/Abstracts, <https://nwp2021.ipfran.ru/program/abstract/57>.

- A25. Хайрулин И.Р., Антонов В.А. Когерентное увеличение интенсивности аттосекундных импульсов в активной среде плазменного рентгеновского лазера, модулированной инфракрасным полем // XXVII Нижегородская сессия молодых ученых (технические, естественные, математические науки) (отв. за вып. Е.С. Головяшкина), М: Издательство «Перо» (электронное издание). 2022. С. 371—374.
- A26. Khairulin I.R., Antonov V.A., Kocharovskaya O. Transformation of a linearly polarized high harmonic radiation into a circularly polarized radiation in neon-like X-ray laser modulated by an IR field // VI International Conference on Ultrafast Optical Science (UltrafastLight-2022), Moscow, Russia, October 3–7, 2022, Book of Abstracts, https://ultrafastlight.ru/assets/files/bookofabstracts_ultrafastlight2022.pdf, P. 20.