

На правах рукописи

Кияшко Сергей Борисович

**ЭВОЛЮЦИЯ ПРОДОЛЬНЫХ УПРУГИХ ВОЛН
В МИКРОНЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ
С СИЛЬНОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ**

Специальность 01.04.06 - акустика

Автореферат

диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Нижний Новгород – 2016

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном научном учреждении «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук» (ИПФ РАН)

Научный руководитель:

Назаров Вениамин Евгеньевич, доктор физико-математических наук, в.н.с., Федеральное государственное бюджетное научное учреждение “Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук”(ИПФ РАН)

Официальные оппоненты:

Хохлова Вера Александровна, доктор физико-математических наук, доцент кафедры акустики отделения радиофизики физического факультета Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова» (МГУ)

Демин Игорь Юрьевич, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры акустики радиофизического факультета Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского» (ННГУ)

Ведущая организация:

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Тихоокеанский океанологический институт им. И.В.Ильичева Дальневосточного отделения Российской академии наук» (ТОИ ДВО РАН)

Защита состоится 27 июня 2016 г. в 14:00 часов на заседании диссертационного совета Д 002.069.01 в Федеральном государственном бюджетном научном учреждении “Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук” по адресу: 603950, г. Н.Новгород, ул.Ульянова 46.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института прикладной физики РАН.

Автореферат разослан «__»_____2016 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета Д 002.069.01

кандидат физико-математических наук

А.И. Малеханов

Общая характеристика работы.

Актуальность темы. В последнее время в акустике все большее внимание уделяется изучению нелинейных волновых процессов (НВП) в средах, акустическая нелинейность которых является аномально-высокой по сравнению со слабо-нелинейными однородными твердотельными средами, описываемыми “классической” пятиконстантной теорией упругости [1,2]. Высокой акустической нелинейностью обладают микронеоднородные (или, в англоязычной литературе, мезоскопические [3]) среды. (Согласно определению Л.И. Мандельштама [4,5], микронеоднородной называется среда, содержащая микронеоднородности или дефекты, размер которых много больше атомарного, но много меньше длины волны, при этом на длине волны находится много дефектов, а их распределение в пространстве однородно, так что среду, в среднем, можно считать «макрооднородной» на участках, больших по сравнению с размерами дефектов, но малых по сравнению с длиной волны.) К дефектам в твердых телах относятся дислокации, полости, трещины, зерна, контакты и т.д. Такие дефекты являются нелинейными, при этом они, как правило, обладают и большей (по сравнению с окружающей однородной средой) сжимаемостью, так что при достаточно высокой концентрации дефектов именно они определяют высокую нелинейность микронеоднородных твердых тел [6]. При описании нелинейных волновых процессов в средах с сильной акустической нелинейностью можно считать, что нелинейность уравнения состояния среды преобладает над геометрической нелинейностью уравнений движения и последней можно пренебречь. В этом приближении уравнения теории упругости в лагранжовой и эйлеровой формах совпадают [7]. (Следует, однако, отметить, что как и для однородных сред, нелинейность микронеоднородных сред также является малой, в том смысле, что для деформаций, характерных для акустических волн, нелинейное слагаемое $f(\varepsilon)$ в уравнении состояния микронеоднородной среды (в зависимости $\sigma(\varepsilon) = E[\varepsilon - f(\varepsilon)]$, σ и ε - напряжение и деформация, E - модуль упругости) всегда много меньше линейного, т.е. $|f(\varepsilon)| \ll |\varepsilon| \ll 1$, но, конечно, $|f(\varepsilon)| \gg |\gamma|\varepsilon^2$, $|\gamma| \leq 5$, $|\varepsilon| < \varepsilon_{th}$, где γ - квадратичный параметр нелинейности однородного твердого тела, ε_{th} - предел текучести, при превышении которого в твердом теле возникают необратимые пластические деформации и происходит его разрушение; для многих материалов $|\varepsilon_{th}| > 10^{-4} - 10^{-3}$ [2].)

Часто уравнения состояния дефектов, а соответственно и микронеоднородных твердых тел, являются неаналитическими и содержат реактивную (упругую), диссипативную (неупругую) или гистерезисную нелинейности. Так, например, дислокации являются причиной гистерезисной нелинейности поликристаллов [8] (при этом в некоторых из них имеет место насыщение гистерезисных потерь), трещины с ровными поверхностями (без адгезии) приводят к разномодульной нелинейности твердых тел (т.е. к различию модулей упругости при их растяжении и сжатии) [9], зеренная структура гранулированных (или зернистых) сред определяет упругую дробно-степенную нелинейность с показателем степени, близким к 3/2 [1] и т.д. “Неаналитичность” уравнения состояния микронеоднородных сред обуславливает возникновение в них широкого “спектра” нелинейных эффектов, не наблюдаемых в однородных средах и не описываемых пятиконстантной теорией упругости. Кроме того, подобные дефекты проявляют и релаксационные свойства; это приводит к тому, что микронеоднородные среды обладают релаксационными дисперсией и диссипацией, а также релаксационной (следовательно, частотно-зависимой) нелинейностью [10]. В результате, проявление нелинейных эффектов, возникающих при распространении и взаимодействии акустических волн в различных микронеоднородных средах, является не только количественно, но и качественно различным, что можно использовать для их диагностики и неразрушающего контроля. Этому также способствует и то, что нелинейные акустические свойства таких сред являются более чувствительными к наличию в них дефектов, чем линейные [6].

К микронеоднородным сильно-нелинейным твердотельным средам относятся многие поликристаллические горные породы (гранит, известняк, магнезит, мрамор, песчаник, речной песок и т.д.), металлы (медь, свинец, цинк), а также искусственные конструкционные и строительные материалы (бетоны, керамики). Микронеоднородные среды широко распространены в природе, они имеют большое применение в технике и строительстве, поэтому изучение нелинейных волновых процессов в микронеоднородных твердых телах важно для диагностики дефектов их структуры, определения напряженного состояния, степени износа, изготовленных из них конструкций и деталей и т.д. Для решения таких задач необходимо знание нелинейного уравнения состояния микронеоднородной среды.

В нелинейной акустике известно не очень большое, буквально счетное, число микроскопических теорий и, соответственно, уравнений состояния, описывающих нелинейные механизмы динамического деформирования микронеоднородных твердых тел. К ним можно отнести гистерезисное уравнение дислокационной теории Гранато-Люкке [8], уравнения с упругой нелинейностью для зернистых сред (герцевская нелинейность [1,11,12]) и для пористых водоподобных материалов [13,14], уравнения с адгезионной гистерезисной, реактивной и диссипативной нелинейностями для твердых тел, содержащих “сухие” и частично заполненные жидкостью трещины [15,16]. Кроме микроскопических, часто, для описания нелинейных волновых процессов в различных средах, успешно применяются и феноменологические уравнения состояния. Такие уравнения, по существу, постулируются на основе анализа результатов экспериментальных исследований нелинейных эффектов, поэтому они, как правило, адекватно описывают эти результаты. Таким образом, комплекс вопросов, связанных с созданием физических моделей микронеоднородных сред с сильной акустической нелинейностью, получением их уравнений состояния и (по возможности) точных или приближенных аналитических и численных решений нелинейных волновых уравнений для сред с различного вида неаналитическими уравнениями состояния, относится к актуальным вопросам нелинейной акустики. Актуальность этих вопросов во многом определяется тем, что “классическая” пяти- (или девяти-) константная теория упругости [1,2], призванная описывать слабо-нелинейные однородные твердотельные среды, не объясняет закономерностей НВП, наблюдаемых в экспериментах с сильно-нелинейными микронеоднородными средами, а “универсальной” микроскопической теории, адекватно описывающей НВП в таких средах не существует.

Целью диссертационной работы является теоретическое исследование нелинейных волновых процессов и выявление закономерностей распространения продольных упругих волн в микронеоднородных твердых телах, обладающих сильной акустической нелинейностью (реактивной, диссипативной, гистерезисной).

Достижение этой цели предполагает решение следующих задач.

1. Получение уравнения состояния пористой водоподобной среды, содержащей систему капилляров, частично заполненных вязкой жидкостью и теоретическое исследование нелинейных волновых процессов в такой среде.
2. Теоретическое исследование волновых процессов в диссипативных и релаксирующих средах с разномодульной нелинейностью.
3. Теоретическое исследование волновых процессов в средах с гистерезисной нелинейностью, в том числе и с насыщением нелинейных потерь.

Решению каждой из этих задач посвящена отдельная глава диссертации.

Научная новизна.

1. Предложена физическая модель микронеоднородной среды, обладающей сильной (релаксационной реактивной и диссипативной) акустической нелинейностью.
2. Получены аналитические и численные решения волновых уравнений для диссипативных и релаксирующих сред с разномодульной нелинейностью.

3. Проведен сравнительный анализ распространения периодических пилообразных волн в недиспергирующих средах с квадратичной упругой и гистерезисной нелинейностью. Из сравнения точных решений для пилообразных волн и их спектральных характеристик выявлены отличия в закономерностях нелинейных волновых процессов в таких средах.

4. На основе анализа результатов экспериментальных исследований эффектов амплитудно-зависимого внутреннего трения в поликристаллических твердых телах предложены модифицированные гистерезисные уравнения состояния, учитывающие насыщение нелинейных потерь и проведены теоретические исследования нелинейных волновых процессов в таких средах.

Научная и практическая значимость.

1. Получено нелинейное уравнение состояния микронеоднородной среды - водоподобного материала, содержащего систему капилляров, частично заполненных вязкой жидкостью. Проведены теоретические исследования нелинейных акустических эффектов в такой среде и определены частотные зависимости параметров квадратичной нелинейности среды для эффектов генерации второй гармоники и волны разностной частоты, самодемодуляции высокочастотных импульсов, изменения скорости распространения и коэффициента поглощения пробной волны под действием статической нагрузки. Слой из такого материала можно использовать для создания высоко-эффективных параметрических излучателей звука апертурного типа.

2. Результаты исследований нелинейных волновых процессов в диссипативных и релаксирующих средах с разномодульной нелинейностью могут быть использованы для развития нелинейных методов акустической диагностики микронеоднородных сред и конструкционных материалов, содержащих трещины.

3. Выявлены характерные отличия процессов распространения и эволюции пилообразных волн в среде с квадратичной упругой нелинейностью и в средах с упругим и неупругим (или пластическим) гистерезисами.

4. Уравнения состояния поликристаллических твердых тел, учитывающие насыщение гистерезисных потерь, позволяют объяснить закономерности нелинейных волновых процессов в таких средах.

Основные положения, выносимые на защиту.

1. Водоподобный материал, содержащий систему капилляров, частично заполненных вязкой жидкостью, обладает сильной акустической (релаксационной упругой и неупругой) нелинейностью, обусловленной нелинейной зависимостью капиллярного и вязкого давлений в жидкости от диаметра капилляра.

2. В диссипативных и релаксирующих средах с разномодульной нелинейностью существуют самоподобные (не меняющие своей формы при распространении) импульсные и периодические акустические волны.

3. В отличие от сред с квадратичной нелинейностью и неупругим гистерезисом, среды с упругим гистерезисом обладают нелинейной дисперсией фазовой скорости.

4. Модифицированные гистерезисные уравнения состояния, учитывающие насыщение амплитудно-зависимых потерь, объясняют закономерности нелинейных волновых процессов в поликристаллических твердых телах и резонаторах из таких материалов.

Личный вклад автора.

Все изложенные в диссертации результаты получены автором или при его непосредственном участии. Во всех работах автор принимал участие в постановке задач и обсуждении их результатов; им же проведены все аналитические и численные расчеты.

Достоверность полученных результатов обеспечивается применением классических аналитических и численных методов решения нелинейных волновых уравнений и совпадением этих решений с известными решениями, в частных, более простых случаях нелинейного уравнения состояния, а также с результатами экспериментальных исследований нелинейных акустических эффектов в поликристаллических твердых телах.

Апробация работы. Представленная диссертационная работа выполнена в Институте прикладной физики РАН. Изложенные в диссертации результаты обсуждались на семинарах в Институте прикладной физики РАН и докладывались на 15-ой - 19-ой научных конференциях по радиофизике (Нижний Новгород, ННГУ, 2011 г. - 2015 г.), на 19-ой и 20-ой Нижегородских сессиях молодых ученых (2014 г. и 2015 г.), на 1-ой Всероссийской акустической конференции (Москва, 2014 г.) и на 16-ой и 17-ой Научных школах «Нелинейные волны» (Нижний Новгород, 2012 г., 2016 г.).

Публикации. По теме работы опубликовано 17 печатных работ, из них 10 в рецензируемых журналах, рекомендованных ВАК.

Структура и объем диссертации.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Общий объем диссертации составляет 123 страницы, включая 68 рисунков. Список цитируемой литературы содержит 92 наименования.

Краткое содержание диссертации.

Во введении обосновывается актуальность темы исследований, формулируется цель работы, ее научная новизна, практическая значимость, основные положения, выносимые на защиту и кратко излагается содержание диссертации.

В первой главе получено уравнение состояния пористого водоподобного материала, содержащего систему капилляров, частично заполненных вязкой жидкостью и исследуются нелинейные акустические эффекты в такой среде.

В разделе 1.1 рассматривается модель такой микронеоднородной среды и описываются основные предположения, используемые при получении ее уравнения состояния.

1. В идеально-упругом водоподобном материале ($\mu \ll \lambda$, μ и λ - коэффициенты Ламе) имеется система тонких, цилиндрических, параллельных друг другу капилляров исходного радиуса R (Рис.1.1). Каждый капилляр заполнен столбиками несжимаемой вязкой жидкости, при этом между этими столбиками находится газ. Длины столбиков газа и жидкости равны l_1 и l_2 ($R, R_0 \ll l_2$), так что линейная концентрация жидкости в капилляре равна $\nu = l_2 / (l_1 + l_2)$, R_0 - радиус капилляра, заполненного жидкостью [17].

2. При динамическом деформировании водоподобного пористого материала диаметр капилляра изменяется под действием нормального к его поверхности переменного напряжения σ , $|\sigma| \ll \lambda$, при этом линия трехфазного контакта (газ-жидкость-твердое тело) неподвижна на поверхности капилляра, а форма мениска жидкости изменяется.



Рис.1.2. Схема капилляра, частично заполненного жидкостью.

В состоянии равновесия (при $\sigma = 0$) радиус $R_0 = R - \Delta R = R(1 - X_0)$ заполненного жидкостью капилляра определяется уравнением:

$$\gamma = -(1 - X_0) \left[\ln(1 - X_0) + \frac{1}{2} - \frac{1}{2(1 - X_0)^2} \right], \quad (1)$$

где $\gamma = \frac{2\alpha \cos \vartheta}{\mu R}$, α - коэффициент поверхностного натяжения жидкости, ϑ - статический (или равновесный) краевой угол, $X_0 = \Delta R / R < 1$.

В разделе 1.2 выводится нелинейное (в квадратичном приближении) уравнение состояния капилляра и пористой водоподобной среды, содержащей систему капилляров, частично заполненных вязкой жидкостью, при этом решается задача о колебательном движении несжимаемой вязкой жидкости в капилляре под действием переменного напряжения σ ($\omega \ll C_0/l_2$, $\omega \ll \omega^* = \nu/R_0^2$, ω - частота колебаний напряжения σ , C_0 - скорость звука в жидкости, ν - ее кинематическая вязкость).

При малой объемной концентрации капилляров ($B = \pi[(1-\nu)R^2 + \nu R_0^2]N \ll 1$) уравнение состояния такой среды имеет вид:

$$\sigma(\varepsilon) = K \left(\varepsilon + g \frac{\partial D[\varepsilon]}{\partial t} - s\varepsilon^2 - mD[D^2[\varepsilon]] - n \frac{\partial D[D^2[\varepsilon]]}{\partial t} \right), \quad (2)$$

где $K = \frac{\lambda}{1+h+q}$ - модуль упругости, $D[\varepsilon(t)] = \Omega \int_{-\infty}^t \varepsilon(t') \exp[-\Omega(t-t')] dt'$, $D^2[\sigma] = [D[\sigma]]^2$,

$\Omega = \frac{a}{b}$ - релаксационная частота капилляра с вязкой жидкостью,

$$a = \frac{1}{2\pi R_0^4} \left(\mu \frac{R^2 + R_0^2}{l_2} + \alpha F_1(\vartheta) \right) > 0, \quad b = \frac{2\nu\rho_0 l_2}{3\pi R_0^4}, \quad c = \frac{\mu}{4\pi^2 R_0^6} \left[\frac{2R^2 + R_0^2}{l_2^2} + \frac{\alpha F_2(\vartheta)}{\mu R_0} \right],$$

$$d = \frac{4\rho_0\nu}{3\pi^2 R_0^6}, \quad g = \frac{NK}{(l_1+l_2)a\Omega}, \quad h = \frac{\pi R^2 l_1 N \lambda}{(l_1+l_2)\mu}, \quad s = \frac{3\pi R^2 l_1 N K^2}{4(l_1+l_2)\mu^2}, \quad m = \frac{cNK^2}{(l_1+l_2)a^3}, \quad n = \frac{dNK^2}{2(l_1+l_2)a^3},$$

$$q = \frac{N\lambda}{(l_1+l_2)a}, \quad F_1(\vartheta) = \frac{32}{35} \frac{2 - 7\sin^5 \vartheta + 5\sin^7 \vartheta}{\cos^4 \vartheta}, \quad F_2(\vartheta) = 32 \cos \vartheta \left(1 - \frac{3}{2} \cos^2 \vartheta + \frac{3}{5} \cos^4 \vartheta \right), \quad N -$$

количество капилляров, пересекающих единицу площади среды, перпендикулярную к их осям. (Аналогичное уравнение состояния с параметрами $s = n = 0$ было получено в рамках реологической модели микронеоднородной среды с квадратичной упругой нелинейностью и релаксацией [10].)

В квазистатическом приближении ($\omega \ll \Omega$) из уравнения состояния (2) получается уравнение с квадратичной упругой нелинейностью:

$$\sigma(\varepsilon) = K[\varepsilon - \Gamma \varepsilon^2], \quad (3)$$

где $\Gamma = s + m = \frac{3\pi R^2 N l_1}{4[1+AN]^2 (l_1+l_2)} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^2 \left(1 + \frac{4c\mu^2}{3\pi R^2 a^3 l_1} \right)$ - низкочастотный параметр упругой

квадратичной нелинейности, $A = \frac{\pi R^2 l_1 \lambda}{(l_1+l_2)\mu} \left[1 + \frac{\mu}{\pi R^2 a l_1} \right]$.

Максимальное значение параметр нелинейности Γ принимает при $N_{opt} = A^{-1}$ или при $\delta_{opt} \cong \pi R^2 N_{opt} = \pi R^2 / A$:

$$\Gamma_{\max} = \frac{3\lambda}{16\mu} \frac{1 + \frac{4c\mu^2}{3\pi R^2 a^3 l_1}}{1 + \frac{\mu}{\pi R^2 a l_1}}, \quad (4)$$

где $\delta = \pi R^2 N$ - исходная (без жидкости) объемная концентрация капилляров.

Из выражения (4) при $l_1 \rightarrow \infty$ и $l_2 = 0$, когда жидкости в капиллярах нет, получаем простые выражения для оптимальной концентрации δ_{opt} и параметра нелинейности Γ_{\max} водоподобного материала с цилиндрическими порами [13]: $\delta_{opt} = \mu/\lambda \ll 1$,

$\Gamma_{\max}(l_2 = 0) = 3\lambda/16\mu$. На рис.2 и рис.3 показаны графики зависимости $\Gamma_{\max} = \Gamma_{\max}(X_0)$ и $\delta_{opt} = \delta_{opt}(X_0)$, где $0 < X_0 = \Delta R/R < 1$, при следующих параметрах: $l_1 + l_2 = 6 \cdot 10^{-1}$ см, $R = 3 \cdot 10^{-3}$ см, $\alpha = 72$ дин/см, $\vartheta = \pi/3$, $\lambda/\mu = 10^2$ и различных значениях концентрации ν жидкости в капилляре.

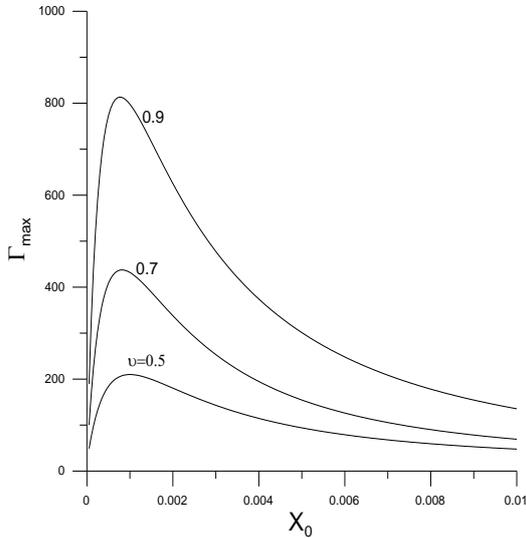


Рис.2. Зависимость параметра упругой нелинейности Γ_{\max} от $X_0 = R - R_0/R < 1$.

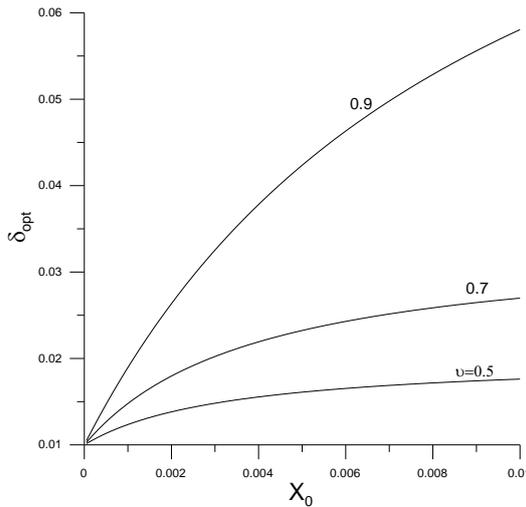


Рис.3. Зависимость оптимальной концентрации капилляров от $X_0 = (R - R_0)/R < 1$.

Из рис.2 видно, что с ростом концентрации ν жидкости в капилляре параметр Γ_{\max} растет, при этом имеется оптимальное значение $X_{0opt} \cong 10^{-3}$, при котором параметр Γ_{\max} максимален. Например, при $\nu = 0,9$ имеем: $\delta_{opt} < 6 \cdot 10^{-2}$, а $\Gamma_{\max}(X_{0opt}) \cong 800 \gg \Gamma_{\max}(l_2 = 0) = 18,75$ [13]. Аналогичным образом ведет себя и параметр диссипативной нелинейности $n = n(X_0)$. При $\delta = \delta_{opt}$ имеем:

$$n_{\max} = \frac{\nu \rho_0 \lambda \mu}{6\pi^3 a^3 R^2 R_0^6 l_1 [1 + (\mu/\pi R^2 a l_1)]}.$$

В сопровождающей системе координат $\tau = t - x/C_0$, $x' = x$ волновое уравнение для такой среды имеет вид:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} - \frac{g}{2C_0} \frac{\partial^2 D[\varepsilon]}{\partial \tau^2} + \frac{1}{2C_0} \frac{\partial}{\partial \tau} \left(s\varepsilon^2 + mD[D^2[\varepsilon]] + n \frac{\partial D[D^2[\varepsilon]]}{\partial \tau} \right) = 0, \quad (5)$$

где $C_0 = \sqrt{K/\rho}$ - скорость продольной низкочастотной волны в пористом водоподобном материале, $\rho = (1-B)\rho_1 + \nu B\rho_0$, ρ_0 и ρ_1 - плотность жидкости и водоподобного материала.

В разделе 1.3 исследуется процесс генерации второй гармоники в такой среде и определяется амплитуда второй гармоники на малых расстояниях x , когда дисперсионная

расстройка первичной и вторичной волн незначительна. При $|s| \ll \left| \frac{m + 2i\omega n}{[1 + i\omega/\Omega]^2 [1 + 2i\omega/\Omega]} \right|$

частотно-зависимый множитель $N_2(\omega/\Omega)$, отвечающий за уменьшение эффективного параметра нелинейности среды из-за ее релаксации, как и в работе [10], определяется выражением:

$$N_2(\omega/\Omega) = \frac{1}{[1 + (\omega/\Omega)^2][1 + (2\omega/\Omega)^2]^{1/2}} \leq 1. \quad (6)$$

В разделе 1.4 исследуется процесс генерации волны разностной частоты $\omega_d = \omega_1 - \omega_2$ и определяется амплитуда разностной гармоники на малых расстояниях. Как и для второй гармоники, здесь также можно ввести множитель $N_d(\omega/\Omega)$ для амплитуды волны разностной частоты, определяющий уменьшение эффективного параметра нелинейности среды с ростом частот $\omega_1 \cong \omega_2 = \omega \gg \omega_d$ и ω_d из-за ее релаксации [10]:

$$N_d(\omega/\Omega) = \frac{1}{[1 + (\omega/\Omega)^2][1 + (\omega_d/\Omega)^2]^{1/2}} \leq 1. \quad (7)$$

В разделе 1.5 исследуется эффект демодуляции высокочастотных импульсов, определяется форма демодулированных импульсов на малых расстояниях от излучателя.

В разделе 1.6 исследуется распространение гармонической волны в поле статической нагрузки; определяются изменения фазовой скорости и декремента затухания волны под действием нагрузки.

В разделе 1.7 приводятся основные результаты и выводы главы 1.

Во второй главе исследуется распространение акустических волн в диссипативных и релаксирующих средах с разномодульной нелинейностью. Интерес к таким задачам и их специфика связаны с линейной зависимостью разномодульной нелинейности от амплитуды деформации, что позволяет получить точные аналитические решения нелинейных волновых уравнений для таких сред.

В разделе 2.1 исследуется распространение волн в среде с разномодульной нелинейностью и вязкой диссипацией. Уравнение состояния и эволюционное уравнение для такой среды имеют вид:

$$\sigma(\varepsilon) = E[\varepsilon - \gamma|\varepsilon|] + \alpha\rho\dot{\varepsilon}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = -\frac{\gamma}{2C_0} \frac{\partial |\varepsilon|}{\partial \tau} + \frac{\alpha}{2C_0^3} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \tau^2}. \quad (9)$$

где E - модуль упругости, γ - параметр разномодульной нелинейности, $|\gamma| \ll 1$,

$C_0 = \sqrt{E/\rho}$, α - коэффициент диссипации, $\tau = t - x/C_0$. (Уравнение (9) является аналогом уравнения Бюргера для среды с квадратичной упругой нелинейностью и линейной вязкой диссипацией [18]). Здесь, методом разделения переменных, найдены точные решения уравнения (9) для стационарной волны типа симметричного скачка и самоподобных импульсных и периодических волн, не меняющих форму при распространении. Предложен численный спектральный метод для расчета эволюции первоначально гармонической волны в такой среде, основанный на том, что в ней нет линейной дисперсии. Результаты численного счета показывают, что форма нелинейной волны стремится к самоподобной, определенной точным аналитическим методом.

В разделе 2.2 исследуется распространение волн в среде с разномодульной нелинейностью и релаксацией. Уравнение состояния и эволюционное уравнение для такой среды содержат линейные релаксационные слагаемые и имеют вид:

$$\sigma(\varepsilon) = E[\varepsilon - \gamma|\varepsilon|] + mC_0^2\rho \int_{-\infty}^t \frac{d\varepsilon(t')}{dt'} \exp\left(-\frac{t-t'}{\tau_0}\right) dt', \quad (10)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = -\frac{\gamma}{2C_0} \frac{\partial |\varepsilon|}{\partial \tau} + \frac{m}{2C_0} \frac{\partial}{\partial \tau} \int_{-\infty}^{\tau} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau'} \exp\left(-\frac{\tau-\tau'}{\tau_0}\right) d\tau', \quad (11)$$

где $C_0 = \sqrt{E/\rho}$ - фазовая скорость низкочастотной волны, ρ - плотность, τ_0 - время релаксации среды, m - безразмерный параметр, определяющий силу релаксации, $0 < m \ll 1$.

В этом случае среда обладает релаксационной диссипацией и дисперсией [18]. Здесь также найдены точные решения уравнения (11) для стационарной волны типа симметричного скачка и самоподобных импульсных и периодических волн и предложен численный спектральный метод для расчета эволюции первоначально гармонической волны. Результаты численного счета также показывают, что форма нелинейной волны стремится к самоподобной, определенной аналитическим методом.

В разделе 2.3 исследуется распространение волн в микронеоднородной среде и разномодульной нелинейностью и релаксацией. Уравнение состояния и эволюционное уравнение для такой среды содержат линейные и нелинейные релаксационные слагаемые и имеют вид:

$$\sigma(\varepsilon) = E[\varepsilon - \nu R(\varepsilon) - \nu \gamma \xi R[|R(\varepsilon)|]], \quad (12)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} - \frac{\nu}{2C_0\Omega} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} R(\varepsilon) + \frac{\nu \gamma \xi}{2C_0} \frac{\partial}{\partial \tau} R[|R(\varepsilon)|] = 0, \quad (13)$$

$$R(\varepsilon) = \frac{\Omega}{\xi} \int_{-\infty}^t \varepsilon(t_1) \exp[-\Omega(t-t_1)] dt_1, \quad \varepsilon(R) = \frac{\xi}{\Omega} \frac{\partial R}{\partial t} + \xi R, \quad \gamma \xi R[|R(\varepsilon)|] \ll R(\varepsilon), \quad (14)$$

где $\Omega = \xi E/\alpha$ - релаксационная частота дефекта, α и γ - коэффициент вязкости и параметр разномодульной нелинейности дефекта, $|\gamma| \ll 1$, ν - концентрация дефектов, $m = \nu/\xi \ll 1$, ξ - относительная упругость дефектов, $\nu \ll 1$, $\xi \ll 1$.

Такая среда, кроме релаксационных диссипации и дисперсии [18], характеризуется и релаксационной (частотно-зависимой) нелинейностью. Здесь также найдены точные решения уравнения (13) для стационарной волны типа симметричного скачка и самоподобных низкочастотных и высокочастотных импульсных и периодических волн. В низкочастотном диапазоне ($\omega \ll \Omega$) самоподобные волны соответствуют самоподобным волнам в однородной разномодульной среде с вязкой диссипацией. В высокочастотном же диапазоне ($\omega \gg \Omega$), где дисперсия фазовой скорости и нелинейность среды пренебрежимо малы, а коэффициент затухания не зависит от частоты ω , волна любой формы будет самоподобной.

В разделе 2.4 приводятся основные результаты и выводы главы 2.

В третьей главе рассматривается распространение периодических волн и импульсных возмущений в безграничных средах и резонаторах с гистерезисной нелинейностью, в том числе и с насыщением нелинейных потерь. Уравнение состояния таких сред описывается гистерезисной функцией $\sigma = \sigma(\varepsilon)$: площадь петли гистерезиса определяет амплитудно-зависимые (нелинейные) потери, а среднее (по периоду циклической деформации) значение производной $\langle \sigma_\varepsilon(0) - \sigma_\varepsilon(\varepsilon_m) \rangle$ - дефект модуля упругости (ε_m - амплитуда деформации) [8,19]. В гистерезисных средах наблюдаются эффекты амплитудно-зависимого внутреннего трения (АЗВТ) – нелинейные декремент затухания и дефект

модуля упругости; они одинаковым образом зависят от амплитуды волны. Другим проявлением гистерезисной нелинейности среды (на малых расстояниях от излучателя) является одинаковая степенная (с показателем степени гистерезисной нелинейности) зависимость амплитуд высших гармоник от амплитуды волны основной частоты [20].

В разделе 3.1 проводится сравнительный анализ распространения и эволюции периодической пилообразной (т.е. многочастотной) волны в средах с квадратичной нелинейностью и с упругим и неупругим (или пластическим) квадратичными гистерезисами [19,20], для которых соответственно $\sigma(\varepsilon=0)=0$ и $\sigma(\varepsilon=0)\neq 0$, $\varepsilon(\sigma=0)\neq 0$. Квазистатические уравнения состояния таких сред имеют вид:

$$\sigma(\varepsilon) = E[\varepsilon - f(\varepsilon)], \quad (15)$$

причем для среды с упругой квадратичной нелинейностью $f(\varepsilon) = (\gamma/2)\varepsilon^2$,

$$\text{для среды с упругим гистерезисом } f(\varepsilon) = \frac{1}{2} \begin{cases} \gamma_1 \varepsilon^2, & \varepsilon > 0, \dot{\varepsilon} > 0; \\ -\gamma_2 \varepsilon^2 + (\gamma_1 + \gamma_2) \varepsilon_m \varepsilon, & \varepsilon > 0, \dot{\varepsilon} < 0; \\ -\gamma_3 \varepsilon^2, & \varepsilon < 0, \dot{\varepsilon} < 0; \\ \gamma_4 \varepsilon^2 + (\gamma_3 + \gamma_4) \varepsilon_m \varepsilon, & \varepsilon < 0, \dot{\varepsilon} > 0, \end{cases} \quad (16)$$

$$\text{для среды с неупругим гистерезисом } f(\varepsilon) = \beta \varepsilon_m \varepsilon + \frac{1}{2} \begin{cases} \beta_1 \varepsilon^2 - \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} \varepsilon_m^2, & \dot{\varepsilon} > 0; \\ -\beta_2 \varepsilon^2 + \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} \varepsilon_m^2, & \dot{\varepsilon} < 0, \end{cases} \quad (17)$$

где γ , γ_{1-4} , β , $\beta_{1,2}$ - параметры нелинейности, $\gamma_{1,3} + \gamma_{2,4} \geq 0$, $\beta_1 + \beta_2 > 0$, ε_m - амплитуда деформации.

Из анализа точных решений соответствующих волновых уравнений показано, что: в квадратичной среде фазовые скорости волны основной частоты и ее гармоник одинаковы и для нее нелинейной дисперсии нет, среда с упругим гистерезисом обладает нелинейной дисперсией, а в среде с неупругим гистерезисом фазовая скорость гармоник зависит от амплитуды волны, но эта зависимость одинакова для всех гармоник волны, поэтому нелинейной дисперсии нет.

В разделе 3.2, на основе анализа результатов экспериментальных исследований эффектов амплитудно-зависимого внутреннего трения в поликристаллах, а также обобщения и объединения моделей и дислокационных механизмов гистерезисной нелинейности, предложено гистерезисное (упругого типа) уравнение состояния поликристаллических твердых тел с насыщением нелинейных потерь, для которого гистерезисная функция $f(\varepsilon)$ имеет вид:

$$f(\varepsilon) = \frac{1}{2(1 + \gamma_0 |\varepsilon|)} \cdot \begin{cases} \gamma_1 \varepsilon^2, & \varepsilon > 0, \dot{\varepsilon} > 0; \\ -\gamma_2 \varepsilon^2 + (\gamma_1 + \gamma_2) \varepsilon_m \varepsilon, & \varepsilon > 0, \dot{\varepsilon} < 0; \\ -\gamma_3 \varepsilon^2, & \varepsilon < 0, \dot{\varepsilon} < 0; \\ \gamma_4 \varepsilon^2 + (\gamma_3 + \gamma_4) \varepsilon_m \varepsilon, & \varepsilon < 0, \dot{\varepsilon} > 0, \end{cases} \quad (18)$$

где γ_0 - параметр насыщения, $\gamma_0 \geq 0$.

Методом возмущений проведено теоретическое и численное исследование нелинейных эффектов, возникающих при распространении акустических волн в стержнях с гистерезисной нелинейностью (18) с учетом линейной геометрической дисперсии. Определены нелинейные декремент затухания и скорость распространения волны основной частоты, а также закономерности для амплитуд и фазовых скоростей для второй и третьей гармоник.

В разделе 3.3 рассматривались нелинейные акустические эффекты в стержневом резонаторе с упругим гистерезисом с насыщением нелинейных потерь при его гармоническом возбуждении. Определены характеристики продольных нелинейных колебаний резонатора с жесткой и мягкой границами: амплитудно-зависимые потери, сдвиги резонансных частот и амплитуды второй и третьей гармоник. Из сравнения теоретических и экспериментальных зависимостей нелинейных акустических эффектов в резонаторе из отожженной поликристаллической меди определены параметры гистерезисной нелинейности этого материала: $\gamma_1 + \gamma_3 \cong 2.4 \cdot 10^4$, $\gamma_2 + \gamma_4 \cong 8 \cdot 10^4$, $\gamma_0 \cong 10^6$.

В разделе 3.4 рассматриваются распространение и эволюция однополярного треугольного импульсного возмущения в среде с упругим гистерезисом с насыщением гистерезисных потерь. Получено точное решение волнового уравнения, определены профили возмущения на различных расстояниях, зависимости амплитуды и временной координаты максимума возмущения от расстояния и от начальной амплитуды ε_0 . Проведен численный и графический анализ полученного решения.

В разделе 3.5 рассматриваются нелинейное распространение первоначально гармонической волны в среде с неупругим гистерезисом с насыщением нелинейных потерь, для которого гистерезисная функция $f(\varepsilon)$ имеет вид:

$$f(\varepsilon) = \frac{\beta \varepsilon_m \varepsilon}{1 + \gamma_0 \varepsilon_m} + \frac{1}{2(1 + \gamma_0 \varepsilon_m)} \begin{cases} \beta_1 \varepsilon^2 - \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} \varepsilon_m^2, & \dot{\varepsilon} > 0; \\ -\beta_2 \varepsilon^2 + \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} \varepsilon_m^2, & \dot{\varepsilon} < 0. \end{cases} \quad (19)$$

Здесь получено точное решение волнового уравнения, определены профили нелинейной волны на различных расстояниях, зависимости ее амплитуды от расстояния и от начальной амплитуды ε_0 . Проведен графический анализ эволюции формы волны и ее спектральных составляющих.

В разделе 3.6 проводится теоретическое исследование нелинейных волновых процессов при возбуждении продольной гармонической волны в стержневом резонаторе с неупругим гистерезисом с насыщением амплитудно-зависимых потерь. Определены характеристики нелинейных волн в таких системах: амплитудно-зависимые потери, изменение скорости распространения волны, сдвиг резонансных частот и амплитуды высших гармоник. Проведено сравнение результатов теоретических и экспериментальных исследований нелинейных эффектов в стержневом резонаторе из отожженной поликристаллической меди, где имеет место насыщение нелинейных потерь. Обнаружено сильное (в 6,7 раз) количественное несоответствие эффективного параметра нелинейности для неупругого гистерезиса, определенного по нелинейным потерям и по амплитуде третьей гармоники. Такое несоответствие, однако, не означает, что неупругий гистерезис вообще не пригоден для описания гистерезисных сред; некоторые из них могут описываться и неупругим гистерезисом. Если же не принимать во внимание третью гармонику, то эффекты АЗВТ и генерацию второй гармоники можно описывать как упругим гистерезисом, так и неупругим (конечно, с другими, эффективными параметрами нелинейности) [20].

В разделе 3.7 приводятся основные результаты и выводы главы 3.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ.

1. Получено уравнение состояния водоподобного материала, содержащего систему капилляров, частично заполненных вязкой жидкостью. Показано, что такая среда обладает сильной (релаксационной упругой и неупругой) акустической нелинейностью, обусловленной нелинейной зависимостью капиллярного и вязкого давлений в жидкости от диаметра капилляра. Проведено теоретическое исследование нелинейных эффектов в такой среде: генерации второй гармоники и волны разностной частоты, самодемодуляции высокочастотных импульсов, изменения скорости распространения и коэффициента поглощения пробной волны под действием статической нагрузки. Определены частотные зависимости эффективных параметров квадратичной нелинейности среды для этих эффектов.
2. Получены точные решения для самоподобных (не меняющих своей формы при распространении) импульсных и периодических продольных волн в диссипативных и релаксирующих средах с разномодульной нелинейностью. Показано, что в микронеоднородной разномодульной среде, характеризующейся дисперсией нелинейности, профили таких волн не содержат неоднозначностей, в то время как в однородной среде с безынерционной нелинейностью и релаксацией распространение волн (достаточно высоких частот) может сопровождаться образованием неоднозначности их профиля. Результаты численного моделирования распространения первоначально гармонических волн показывают, что их эволюция в таких средах приводит к образованию самоподобных волн.
3. Получены точные решения, описывающие эволюцию пилообразных волн и их спектральных характеристик в недиспергирующих средах с квадратичной упругой и гистерезисной нелинейностью. Показано, что, в отличие от сред с квадратичной нелинейностью и неупругим гистерезисом, среды с упругим гистерезисом обладают нелинейной дисперсией фазовой скорости.
4. На основе анализа результатов экспериментальных исследований эффектов амплитудно-зависимого внутреннего трения предложены модифицированные гистерезисные уравнения состояния, учитывающие насыщение нелинейных потерь в поликристаллических твердых телах. Получены точные решения, описывающие распространение однополярных импульсных возмущений и периодических волн в таких средах. Определены нелинейные декремент затухания и скорость распространения волны на основной частоте, а также закономерности для амплитуд и фазовых скоростей ее высших гармоник.
5. Получены выражения для нелинейных потерь, сдвига резонансной частоты и амплитуд колебаний на частотах второй и третьей гармоник для стержневого резонатора с упругим и неупругим гистерезисами с насыщением гистерезисных потерь. Из сравнения результатов теоретических и экспериментальных исследований нелинейных эффектов в резонаторе из отожженной поликристаллической меди определены параметры гистерезисной нелинейности этого металла. Показано, что упругий гистерезис адекватно описывает эффекты амплитудно-зависимого внутреннего трения и генерацию третьей гармоники в резонаторе из отожженной меди, а описание этих же эффектов в рамках неупругого гистерезиса приводит к количественному несоответствию с амплитудой третьей гармоники, генерируемой в резонаторе.

Цитированная литература

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. М.: Наука, 1983. 248 с.
2. Зарембо Л.К., Красильников В.А. Введение в нелинейную акустику. М: Наука, 1966. 520 с.
3. Guyer R.A., Johnson P.A. Nonlinear mesoscopic elasticity: evidence for a new class materials//Physics Today, 1999, №4, p.30-36.
4. Исакович М.А. Л.И.Мандельштам и распространение звука в микронеоднородных средах//УФН, 1979, Т.129, №3, с.531-540.
5. Исакович М.А. Общая акустика. М.: Наука, 1973. 496 с.
6. Руденко О.В. Гигантские нелинейности структурно-неоднородных сред и основы методов нелинейной акустической диагностики//УФН, 2006, Т.176, №1, с.77-95.
7. Назаров В.Е., Островский Л.А. Упругие волны в средах с сильной акустической нелинейностью//Акуст.журн., 1990, Т.36, №1, с.106-110.
8. Granato A., Lucke K. Theory of mechanical damping due to dislocations//J.Appl.Phys., 1956, V.27, №5, p.583-593.
9. Амбарцумян С.А. Разномодульная теория упругости. М.: Наука, 1982. 359 с.
10. Nazarov V.E., Zaitsev V.Yu., Beliaeva I.Yu. The equation of state of micro-inhomogeneous media and the frequency dependence of their elastic nonlinearity//Acoust.Lett., 1999, V.22, №12, p.236-241.
11. Нестеренко В.Ф. Распространение нелинейных импульсов сжатия в зернистых средах//ПМТФ, 1983, №5, с.136-148.
12. Дунин С.З. Затухание волн конечной амплитуды в зернистой среде//Изв. АН СССР. Физика Земли, 1989, №5, с.106-109.
13. Островский Л.А. К нелинейной акустике слабосжимаемых пористых сред//Акуст. журн. 1988, Т.34, №5, с.908-913.
14. Островский Л.А. Нелинейные свойства упругой среды с цилиндрическими пораами//Акуст. журн., 1989, Т.35, №3, с.490-494.
15. Назаров В.Е., Радостин А.В. Адгезионный механизм гистерезисной нелинейности трещиноватых сред//Физика Земли, 2003, №2, с.85-91.
16. Nazarov V.E. Acoustic nonlinearity of cracks partially filled with liquid: Cubic approximation//JASA, 2001, V.109, №6, p.2642-2648.
17. Назаров В.Е., Радостин А.В. Акустическая нелинейность водоподобного материала с капиллярами, частично заполненными жидкостью//Акуст. журн., 2008, Т.54, №4, с.535-539.
18. Руденко О.В., Солуян С.И. Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука. 1975. 288 с.
19. Asano S. Theory of nonlinear damping due to dislocation hysteresis//J. Phys. Soc. Jap., 1970, V.29, №4, p.952-963.
20. Назаров В.Е., Радостин А.В., Островский Л.А., Соустова И.А. Упругие волны в средах с гистерезисной нелинейностью. Часть I//Акуст. журн., 2003, Т.49, №3, с.405-415.

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ.

1. Назаров В.Е., Кияшко С.Б. Нелинейные волновые процессы в пористых водоподобных материалах, содержащих систему капилляров, частично заполненных вязкой жидкостью//Акуст.ж., 2013, Т.59, №2, с.147-157.
2. Radostin A.V., Nazarov V.E., Kiyashko S.B. Propagation of nonlinear acoustic waves in bimodular media with linear dissipation//Wave Motion, 2013, V.50, №2, p.191-196.
3. Назаров В.Е., Радостин А.В., Кияшко С.Б. Самоподобные акустические волны в однородных средах с разномодульной нелинейностью и релаксацией//Известия вузов. Радиофизика, 2015, Т.58, №2, с.134-141.

4. Назаров В.Е., Кияшко С.Б. Пилообразные акустические волны в средах с гистерезисной нелинейностью//Известия вузов. Радиофизика, 2015, Т.58, № 1, с.31-40.
5. Назаров В.Е., Кияшко С.Б. Акустические волны в средах с гистерезисной нелинейностью и линейной дисперсией//ЖТФ, 2014, Том 84, № 3, с 1-7.
6. Назаров В.Е., Кияшко С.Б. Нелинейные акустические эффекты в резонаторе с насыщением гистерезисных потерь//ЖТФ, 2014, Том 84, № 10, с 100-106.
7. Назаров В.Е., Кияшко С.Б. Распространение однополярных возмущений в гистерезисных средах с насыщением нелинейных потерь//Письма в ЖТФ, 2014, Том 40, № 15, с 88-94.
8. Назаров В.Е., Кияшко С.Б., Радостин А.В. Эволюция акустических волн в однородных средах с разномодульной нелинейностью и релаксацией//Известия вузов. Радиофизика, 2015, Т.58, №10, с. 811-820.
9. Назаров В.Е., Кияшко С.Б., Радостин А.В. Волновые процессы в микронеоднородных средах с разномодульной нелинейностью и релаксацией//Известия вузов. Радиофизика, 2016, Т.59, № 3 (в печати)
10. Назаров В.Е., Кияшко С.Б. Волновые процессы в средах с неупругим гистерезисом с насыщением нелинейных потерь//Известия вузов. Радиофизика, 2016, Т.59, № 2, с.124-136.
11. Назаров В.Е., Радостин А.В., Кияшко С.Б. Акустические волны в средах с гистерезисной нелинейностью и линейной диссипацией//Труды 15-ой Научной конференции по радиофизике. Н.Новгород, 2011: ННГУ. с.225-227.
12. Назаров В.Е., Радостин А.В., Кияшко С.Б. Акустические волны в средах с разномодульной нелинейностью и линейной диссипацией//Труды 15-ой Научной конференции по радиофизике. Н.Новгород, 2011: ННГУ. с.227-229.
13. Назаров В.Е., Кияшко С.Б. Нелинейные волновые процессы в пористых водоподобных средах, содержащих систему капилляров, частично заполненных вязкой жидкостью//Труды 16-ой Научной конференции по радиофизике. Н.Новгород, 2012: ННГУ. с.211-212.
14. Назаров В.Е., Радостин А.В., Кияшко С.Б. Акустические волны в средах с разномодульной нелинейностью и релаксацией//Труды 17-ой Научной конференции по радиофизике. Н.Новгород, 2013: ННГУ. с.238-240.
15. Назаров В.Е., Кияшко С.Б. Распространение однополярных импульсов деформации в гистерезисных средах с насыщением нелинейных потерь//Труды 18-ой Научной конференции по радиофизике. Н.Новгород, 2014: ННГУ. с.236-237.
16. Назаров В.Е., Кияшко С.Б. Пилообразные акустические волны в средах с гистерезисной нелинейностью//Сборник трудов 1-ой Всероссийской акустической конференции, Москва, 2014, с.74-82.
17. Назаров В.Е., Кияшко С.Б. Пилообразные волны в средах с неупругим гистерезисом с насыщением нелинейных потерь//Тр. 19-ой Научной конференции по радиофизике. Н.Новгород, 2015. ННГУ, с.228-230.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	4
Глава 1. Нелинейные волновые процессы в водоподобных средах, содержащих систему капилляров, частично заполненных вязкой жидкостью	10
1.1. Модель капилляра и основные предположения.....	10
1.2. Уравнение состояния капилляра и пористой водоподобной среды.....	12
1.3. Генерация второй гармоники.....	20
1.4. Генерация волны разностной частоты.....	22
1.5. Самодетектирование высокочастотных импульсов.....	24
1.6. Амплитудно-фазовые эффекты при распространении гармонической волны в поле статической нагрузки.....	25
1.7. Заключение.....	26
Глава 2. Акустические волны в диссипативных и релаксирующих средах с разномодульной нелинейностью	28
2.1. Распространение акустических волн в однородных средах с разномодульной нелинейностью и вязкой диссипацией.....	29
2.1.1. Волновое уравнение для однородной разномодульной среды с вязкой диссипацией.....	29
2.1.2. Стационарные волны.....	31
2.1.3. Самоподобные импульсные и периодические волны.....	32
2.1.4. Нелинейная эволюция первоначально гармонической волны.....	34
2.2. Распространение акустических волн в однородных средах с разномодульной нелинейностью и релаксацией.....	37
2.2.1. Уравнение состояния и волновое уравнение для однородной разномодульной среды с релаксацией.....	38
2.2.2. Стационарные волны.....	39
2.2.3. Самоподобные импульсные и периодические волны.....	41
2.2.4. Эволюция акустических волн в однородных средах с разномодульной нелинейностью и релаксацией.....	45
2.2.5. Схема численного решения нелинейного волнового уравнения.....	48
2.2.6. Результаты численного счета.....	52
2.3. Волновые процессы в микронеоднородных средах с разномодульной нелинейностью и релаксацией.....	55
2.3.1. Уравнение состояния и волновое уравнение для микронеоднородной среды с разномодульной нелинейностью и релаксацией.....	56

2.3.2. Генерация гармоник НЧ и ВЧ волн.....	59
2.3.3. Стационарные волны.....	60
2.3.4. Самоподобные волны.....	62
2.3.5. Эволюция НЧ гармонических волн: численное решение.....	63
2.4. Заключение.....	66
Глава 3. Волновые процессы в средах с гистерезисной нелинейностью.....	68
3.1. Распространение пилообразных акустических волн в средах с гистерезисной нелинейностью.....	70
3.1.1. Пилообразные волны в среде с упругой квадратичной нелинейностью.....	71
3.1.2. Пилообразные волны в среде с упругим гистерезисом.....	74
3.1.3. Пилообразные волны в среде с неупругим гистерезисом.....	79
3.2. Акустические волны в средах с упругим гистерезисом с насыщением нелинейных потерь.....	82
3.2.1. Уравнение состояния поликристалла с насыщением гистерезисных потерь.....	82
3.2.2. АЗВТ и генерация высших гармоник при распространении гармонической волны.....	83
3.2.3. Результаты численного счета.....	87
3.3. Нелинейные эффекты в резонаторе с упругим гистерезисом с насыщением нелинейных потерь.....	91
3.3.1. АЗВТ и генерация высших гармоник в резонаторе с гистерезисной нелинейностью.....	92
3.3.2. Мало-амплитудный режим ($\gamma_0 \varepsilon_m \ll 1$).....	94
3.3.3. Режим насыщения ($\gamma_0 \varepsilon_m \gg 1$).....	97
3.3.4. Нелинейные эффекты АЗВТ в резонаторе из отожженной меди.....	97
3.4. Распространение однополярных возмущений в средах с упругим гистерезисом с насыщением нелинейных потерь.....	101
3.5. Волновые процессы в средах с неупругим гистерезисом с насыщением нелинейных потерь.....	104
3.5.1. Неупругий гистерезис с насыщением нелинейных потерь.....	104
3.5.2. Эволюция гармонической волны в безграничной среде.....	105
3.5.3. АЗВТ и генерация высших гармоник в резонаторе с неупругим гистерезисом с насыщением нелинейных потерь.....	111
3.6. Заключение.....	114
Основные результаты.....	116
Литература.....	118